



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Sección de Estudios de Posgrado e Investigación

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**Modelado para análisis de la transferencia
de sobretensiones inducidas por descargas
atmosféricas en sistemas de distribución**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS CON
ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA
ELÉCTRICA

P R E S E N T A:

Juan Carlos Escamilla Sánchez



MÉXICO, D. F.

Junio, 2008



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

SIP-14

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 17:00 horas del día 21 del mes de Mayo del 2008 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E.S.I.M.E. ZAC para examinar la tesis de grado titulada:

“MODELADO PARA ANÁLISIS DE LA TRANSFERENCIA DE SOBRETENSIONES INDUCIDAS POR DESCARGAS ATMOSFÉRICAS EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN”

Presentada por el alumno:

ESCAMILLA

Apellido paterno

SÁNCHEZ

materno

JUAN CARLOS

nombre(s)

Con registro:

B	0	5	1	6	9	9
---	---	---	---	---	---	---

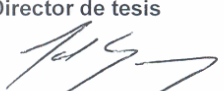
aspirante al grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

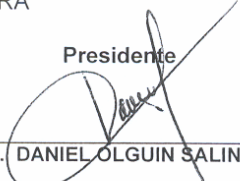
Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

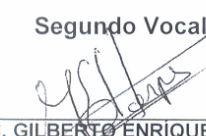
Director de tesis


DR. PABLO GÓMEZ ZAMORANO

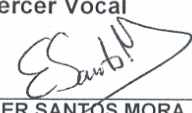
Presidente


DR. DANIEL OLGUÍN SALINAS

Segundo Vocal


M. EN C. GILBERTO ENRIQUEZ HARPER

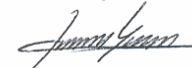
Tercer Vocal


Dr. ELMER SANTOS MORA

Secretario


DR. RICARDO OCTAVIO MOTA PALOMINO

Suplente


DR. FERMIN PASCUAL ESPINO CORTÉS

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO


DR. JAIME ROBLES GARCÍA





INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
COORDINACION GENERAL DE POSGRADOS E INVESTIGACION

CARTA SESION DE DERECHOS

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día 04 del mes de Junio del año 2008, el (la) que suscribe **Ing. Juan Carlos Escamilla Sánchez** alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias con especialidad en Ingeniería Eléctrica con número de registro B051699, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor(a) intelectual del presente Trabajo de Tesis bajo la dirección del **Dr. Pablo Gómez Zamorano** y cede los derechos del trabajo intitulado: **Modelado para el análisis de la transferencia de sobretensiones inducidas por descargas atmosféricas en sistemas de distribución**, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, graficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección: escamilla_14@hotmail.com; pablo.gomez.78@gmail.com.

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Juan Carlos Escamilla Sánchez

Nombre y firma

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Pablo Gómez Zamorano por todo el tiempo brindado, la paciencia, el apoyo y la dedicación otorgada en la dirección de este trabajo.

Al M. en C. David Juárez Aguilar por las contribuciones y sugerencias en el desarrollo de esta tesis.

Al Dr. Javier Gustavo Herrera Murcia por la información proporcionada que hizo de este un mejor trabajo de tesis.

A la comisión revisora que gracias a sus comentarios, críticas y sugerencias se mejoró el trabajo presentado.

Dedicatorias

A la persona que más admiro y respeto. Sin importar el tiempo y las distancias siempre estarás conmigo.

Por el apoyo incondicional que hizo posible cumplir con esta meta, gracias papá.

A mis hermanos Verónica, José, Miguel Ángel y Alejandro, por estar siempre conmigo.

A mi Lau por todo este tiempo juntos.

RESUMEN

Cuando ocurre una descarga atmosférica cercana a una línea de transmisión, se generan campos electromagnéticos que inciden sobre ella produciendo sobretensiones que se propagan a lo largo de la línea y que pueden transferirse de un sistema de distribución a otro a través del transformador. Existen técnicas en el dominio del tiempo y de la frecuencia que permiten el análisis de este fenómeno. Las técnicas en el dominio del tiempo son las más empleadas en la actualidad; sin embargo, considerar la dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos de los elementos suele ser complicado y las aproximaciones utilizadas pueden producir errores. Por otro lado, el análisis en el dominio de la frecuencia es más eficiente en este sentido, debido a que es más sencillo considerar esta dependencia frecuencial.

En esta tesis se obtiene un modelo de parámetros distribuidos de la línea de transmisión que permite la inclusión de campos electromagnéticos incidentes. Se desarrolla también un modelo del transformador para altas frecuencias. Ambos modelos se implementan en el dominio de la frecuencia. El modelado de la línea de transmisión parte de las ecuaciones del telegrafista, a partir de las cuales se obtiene un modelo de dos puertos en forma nodal. Para el modelo de la línea que considera la inclusión de campos incidentes (línea iluminada), dichos campos se representan mediante fuentes de corriente y de tensión distribuidas a lo largo de la línea; posteriormente se describe una técnica con la cual es posible representar la inclusión de estos campos como fuentes concentradas únicamente en los extremos emisor y receptor.

El modelo del transformador, a diferencia de las técnicas usadas generalmente, permite considerar no sólo la propagación de las sobretensiones en el devando primario sino también su transferencia al lado secundario. La naturaleza distribuida de los parámetros eléctricos del transformador se describe a partir de las ecuaciones del telegrafista, de manera similar a la línea de transmisión. A partir de estas ecuaciones se obtiene un modelo de 2 puertos del transformador. Con los modelos de la línea y del transformador se analiza la transferencia de sobretensiones inducidas por descargas atmosféricas directas e indirectas en sistemas de distribución. Todos los modelos descritos en este trabajo se implementaron en el lenguaje de programación MATLAB. Para obtener los resultados en el dominio del tiempo se emplea el algoritmo de la Transformada Numérica de Laplace (TNL).

ABSTRACT

When a lightning stroke impacts ground nearby a transmission line, incident electromagnetic fields are generated which produce overvoltages propagating along the line and can be transferred from distribution networks through the transformer. There are several frequency and time domain techniques that allow analyzing this phenomenon. Nowadays, time domain techniques are the most commonly used; however, taking into account the frequency dependence of the electrical parameters can be complicated and the approximations usually applied can be prone to errors. On the other hand, frequency domain analysis is more efficient in this context, given its simplicity to consider this frequency dependence.

In this thesis, a distributed parameter model for the transmission line, which allows the inclusion of incident electromagnetic fields, is obtained. Also, a high frequency transformer model is developed. Both models are derived in the frequency domain. The transmission line model is based on the telegrapher equations, from which a 2-port model (nodal form) is obtained. For the transmission line model which includes incident electromagnetic fields (illuminated line), such fields are represented by means of voltage and current sources distributed along the line; then, a technique which permits representing the inclusion of these fields by means of lumped sources connected only to the line terminals, is described.

The transformer model, conversely to commonly used techniques, allows taking into account not only of the overvoltages propagation along the primary winding, but also its transference to the secondary side. The distributed nature of the transformer electrical parameters is described by means of the telegrapher equations, similarly to the transmission line. From these equations a 2-port model for the transformer is obtained.

With the combination of the transmission line and transformer models, transference of lightning induced overvoltages (direct and indirect) in distribution systems is analyzed. All models described in this work were implemented using MATLAB. Time domain results are obtained using the Numerical Laplace Transform (NLT) algorithm.

ÍNDICE

	Pagina
Resumen.	i
Abstract.	ii
ÍNDICE.	iii
LISTA DE FIGURAS.	vii
LISTA DE TABLAS.	xiii
SIMBOLOGÍA.	xiv
1 Introducción	1
1.1 Generalidades.	1
1.2 Antecedentes.	2
1.2.1 Trabajos relacionados con el modelado de la línea de transmisión.	2
1.2.2 Trabajos relacionados con el fenómeno de la línea iluminada y no uniformidades.	4
1.2.3 Trabajos relacionados con el modelado del transformador para altas frecuencias.	7
1.2.4 Trabajos relacionados con el modelado del conjunto línea - transformador para análisis de descargas atmosféricas.	9
1.3 Objetivos.	10
1.4 Justificación.	10
1.5 Aportaciones.	11
1.6 Limitaciones y Alcances.	12
1.7 Estructura de la tesis.	13
2 Modelado de la línea de transmisión	15
2.1 Generalidades.	15

2.2	Solución de las ecuaciones del telegrafista y obtención del Modelo de dos puertos (Nodal o Ybus) para una línea monofásica.	16
2.2.1	Solución de las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia.	16
2.2.2	Admitancia e impedancia característica.	17
2.2.3	Obtención de la Matriz de Transferencia y Matriz cadena.	18
2.2.4	Obtención del Modelo de Dos Puertos (Nodal o Ybus).	18
2.3	Modelado de la Línea de Transmisión no uniforme.	19
2.4	Aplicaciones.	20
2.4.1	Energización en vacío.	21
2.4.2	Propagación de impulso de descarga.	22
2.4.3	Línea no uniforme (catenaria).	22
2.5	Conclusiones.	24
3	Modelado de la Línea Iluminada	25
3.1	Introducción.	25
3.2	Descripción del modelo de la línea iluminada.	26
3.2.1	Representación de campos incidentes.	26
3.2.2	Modelo de 2 puertos de la línea iluminada.	29
3.3	Cálculo del campo electromagnético.	30
3.4	Modelo desarrollado en el ATP/EMTP de la línea iluminada.	34
3.5	Aplicaciones.	35
3.5.1	Comportamiento de la línea iluminada con campos electromagnéticos incidentes definidos a partir de una función dada (doble rampa lineal).	36
3.5.2	Comportamiento de la línea iluminada con campos electromagnéticos definidos a partir del método de Master y Uman.	38
3.6	Conclusiones.	48
4	Modelo del transformador para altas frecuencias	50

4.1	Introducción.	50
4.2	Modelado de la línea de transmisión multiconductora.	52
4.2.1	Solución de las ecuaciones del telegrafista.	52
4.2.2	Obtención del Modelo de Dos Puertos.	55
4.3	Modelo del Transformador.	56
4.3.1	Definición del modelo.	57
4.3.2	Cálculo de parámetros eléctricos.	60
4.4	Distribución de potencial en el transformador.	63
4.5	Modelo de parámetros concentrados del transformador desarrollado en el ATP/EMTP.	67
4.6	Aplicaciones.	67
4.6.1	Comportamiento del devanado del transformador considerando parámetros constantes.	68
4.6.2	Comportamiento del devanado del transformador considerando parámetros calculados de la geometría del transformador y dependientes de la frecuencia.	71
4.7	Conclusiones.	76
5	Transferencia de sobretensiones inducidas por descargas atmosféricas	78
5.1	Introducción.	78
5.2	Descripción del modelo completo línea iluminada - transformador.	79
5.3	Circuito para comparación desarrollado en el ATP/EMTP.	80
5.4	Diagrama a bloques del modelo completo.	81
5.5	Aplicaciones.	82
5.5.1	Transferencia de la sobretensión producida por una descarga atmosférica directa sobre la línea.	82
5.5.2	Análisis de la transferencia de sobretensiones inducidas por descargas atmosféricas indirectas considerando campo electromagnético uniforme.	85
5.5.3	Análisis de la transferencia de sobretensiones inducidas por descargas atmosféricas indirectas considerando campo	87

electromagnético no uniforme.	
5.6 Conclusiones.	95
6 Conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros	97
6.1 Conclusiones generales.	97
6.2 Aportaciones.	99
6.3 Recomendaciones para trabajos futuros.	99
REFERENCIAS.	101
Apéndice A. Transformada Numérica de Laplace	107
A.1 Introducción.	107
A.2 Transformada de Laplace.	107
A.3 Errores que se presentan por la inversión de la transformada numérica de Laplace.	109
Apéndice B. Cálculo de parámetros de la línea de transmisión monofásico por unidad de longitud	111
B.1 Inductancia geométrica.	111
B.2 Inductancia debida al retorno por tierra.	112
B.3 Inductancia interna del conductor.	113
B.4 Capacitancia.	114
B.5 Impedancia y Capacitancia serie generalizada.	115
Apéndice C. Dimensiones del transformador monofásico	116
Apéndice D. Publicaciones	118

LISTA DE FIGURAS

		Pagina
Figura 2.1	Circuito equivalente de la línea de transmisión por unidad de longitud.	16
Figura 2.2	Condiciones de frontera.	18
Figura 2.3	Modelo de dos puertos (forma nodal).	19
Figura 2.4	Obtención de la matriz cadena de cada segmento de una línea no uniforme.	20
Figura 2.5	Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica energizada en vacío.	21
Figura 2.6	División de la línea monofásica para el ejemplo de aplicación.	22
Figura 2.7	Propagación de la sobretensión transitoria para una línea monofásica uniforme.	22
Figura 2.8	Configuración de línea monofásica no uniforme.	23
Figura 2.9	Sobretensión transitoria para una línea monofásica no uniforme.	23
Figura 3.1	Configuración de una línea iluminada monofásica.	28
Figura 3.2	Representación de la matriz cadena de un segmento de línea iluminada empleando fuentes distribuidas.	29
Figura 3.3	Configuración de una línea iluminada utilizando fuentes concentradas.	29
Figura 3.4	Modelo de la línea iluminada mediante fuentes de inyección de corriente en sus extremos.	30
Figura 3.5	Representación del campo electromagnético producido por un canal vertical.	31
Figura 3.6	Forma de onda de la corriente en la base del canal.	34
Figura 3.7	Circuito desarrollado en el ATP/EMTP de la línea iluminada.	35
Figura 3.8	Tensión transitoria presente en ambos extremos de la línea.	37
Figura 3.9	Configuración de línea monofásica no uniforme.	37
Figura 3.10	Tensión transitoria presente en ambos extremos de la línea no uniforme.	37

Figura 3.11	Represtación del campo electromagnético incidente sobre la línea.	38
Figura 3.12	Distancia mas corta entre la línea y el canal de descarga para el caso A.	39
Figura 3.13	Distancia mas corta entre la línea y el canal de descarga para el caso B.	39
Figura 3.14	Distancia mas corta entre la línea y el canal de descarga para el caso C.	40
Figura 3.15	Componentes mayores (12) del campo eléctrico vertical para el caso A, con $x_p = 30$ m.	40
Figura 3.16	Componentes mayores (12) del campo eléctrico horizontal para el caso A, con $x_p = 30$ m.	41
Figura 3.17	Componentes mayores (12) del campo magnético para el caso A, con $x_p = 30$ m.	41
Figura 3.18	Componentes mayores de campo eléctrico vertical para el caso A, ante la variación de x_p .	41
Figura 3.19	Componentes mayores de campo eléctrico horizontal para el caso A, ante la variación de x_p .	42
Figura 3.20	Componentes mayores de campo magnético para el caso A, ante la variación de x_p .	42
Figura 3.21	Tensiones transitorias presentes en el extremo izquierdo de la línea para el caso A.	43
Figura 3.22	Tensiones transitorias presentes en el extremo derecho de la línea para el caso A.	43
Figura 3.23	Componentes mayores de campo eléctrico vertical para el caso B, ante la variación de x_p .	44
Figura 3.24	Componentes mayores de campo eléctrico horizontal para el caso B, ante la variación de x_p .	44
Figura 3.25	Componentes mayores de campo magnético para el caso B, ante la variación de x_p .	44
Figura 3.26	Tensiones transitorias presentes en el extremo izquierdo de la línea para el caso B.	45

Figura 3.27	Tensiones transitorias presentes en el extremo derecho de la línea para el caso B.	45
Figura 3.28	Componentes mayores de campo eléctrico vertical para el caso C, ante la variación de x_p .	46
Figura 3.29	Componentes mayores de campo eléctrico horizontal para el caso C, ante la variación de x_p .	46
Figura 3.30	Componentes mayores de campo magnético para el caso B, ante la variación de x_p .	47
Figura 3.31	Tensiones transitorias presentes en el extremo izquierdo de la línea para el caso C.	47
Figura 3.32	Tensiones transitorias presentes en el extremo derecho de la línea para el caso C.	47
Figura 4.1	Condiciones de frontera para una línea multiconductora.	56
Figura 4.2	Representación gráfica del modelo de dos puertos multiconductor.	56
Figura 4.3	Representación para un diferencial de longitud del transformador.	57
Figura 4.4	Representación del k -ésimo devanado y sus capacitancias con respecto a tierra.	61
Figura 4.5	Representación de las capacitancias mutuas entre devanados.	61
Figura 4.6	Representación del devanado de un transformador para un diferencial de longitud.	64
Figura 4.7	Representación del devanado para determinar la distribución inicial de potencial.	64
Figura 4.8	Comportamiento de la distribución inicial de potencial con diferentes valores de α .	65
Figura 4.9	Representación del devanado para determinar la distribución transitoria de potencial.	66
Figura 4.10	Respuesta del circuito para la distribución final de potencial.	66
Figura 4.11	Distribución de potencial en los devanados del transformador.	66
Figura 4.12	Circuito desarrollado en el ATP/EMTP.	67
Figura 4.13	Diagrama para el ejemplo de aplicación.	69

Figura 4.14	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para $\alpha = 10$.	69
Figura 4.15	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para $\alpha = 10$.	69
Figura 4.16	Tensión transitoria en el punto B a lo largo del devanado primario y secundario.	70
Figura 4.17	Distribución de Potencial para $\alpha = 10$.	71
Figura 4.18	Distribución de potencial (máximo) con diferentes valores de α .	71
Figura 4.19	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para $\alpha = 10$.	72
Figura 4.20	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para $\alpha = 10$.	73
Figura 4.21	Tensión transitoria en el punto B a lo largo del devanado primario.	73
Figura 4.22	Tensión transitoria en el punto B a lo largo del devanado secundario.	73
Figura 4.23	Distribución de Potencial en el devanado primario para $\alpha = 10$.	74
Figura 4.24	Distribución de Potencial en el devanado secundario para $\alpha = 10$.	74
Figura 4.25	Distribución de potencial en el devanado primario (máximo) con diferentes valores de α .	75
Figura 4.26	Distribución de potencial en el devanado secundario (máximo) con diferentes valores de α .	76
Figura 5.1	Configuración del modelo completo.	80
Figura 5.2	Circuito desarrollado en el ATP/EMTP.	80
Figura 5.3	Diagrama a bloques del algoritmo del modelo completo.	81
Figura 5.4	Configuración del modelo completo para una descarga atmosférica directa.	83
Figura 5.5	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario.	83
Figura 5.6	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario.	84
Figura 5.7	Tensión transitoria en el punto C a lo largo del devanado primario.	84

Figura 5.8	Tensión transitoria en el punto C a lo largo del devanado secundario.	84
Figura 5.9	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario.	86
Figura 5.10	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario.	86
Figura 5.11	Tensión transitoria en el punto C a lo largo del devanado primario.	86
Figura 5.12	Tensión transitoria en el punto C a lo largo del devanado secundario.	87
Figura 5.13	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 1 con $x_p = 30$ m.	88
Figura 5.14	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 1 con $x_p = 30$ m.	88
Figura 5.15	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 1 con $x_p = 50$ m.	89
Figura 5.16	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 1 con $x_p = 50$ m.	89
Figura 5.17	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 1 con $x_p = 100$ m.	89
Figura 5.18	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 1 con $x_p = 100$ m.	90
Figura 5.19	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 2 con $x_p = 30$ m.	90
Figura 5.20	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 2 con $x_p = 30$ m.	90
Figura 5.21	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 2 con $x_p = 50$ m.	91
Figura 5.22	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 2 con $x_p = 50$ m.	91
Figura 5.23	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 2 con $x_p = 100$ m.	91
Figura 5.24	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 2 con $x_p = 100$ m.	92

Figura 5.25	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 3 con $x_p = 30$ m.	92
Figura 5.26	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 3 con $x_p = 30$ m.	92
Figura 5.27	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 3 con $x_p = 50$ m.	93
Figura 5.28	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 3 con $x_p = 50$ m.	93
Figura 5.29	Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 3 con $x_p = 100$ m.	93
Figura 5.30	Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 3 con $x_p = 100$ m.	94
B.1	(a) Método de las imágenes, (b) Método de las imágenes complejas.	113
B.2	Representación del efecto superficial y la profundidad de penetración compleja en el conductor.	114
C.1	Dimensiones del devanado de alta tensión con respecto al tanque.	116
C.2	Dimensiones del devanado de baja tensión con al respecto núcleo.	116
C.3	Representación de la altura del devanado.	117

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.1	Clasificación de eventos transitorios.	1
Tabla 2.1	Datos de una línea de transmisión sin catenaria.	21
Tabla 2.2	Datos de una línea de transmisión con catenaria.	23
Tabla 3.1	Parámetros de la forma de onda en la base del canal.	34
Tabla 3.2	Datos de la línea de distribución.	37
Tabla 3.3	Datos de la segunda línea de distribución.	38
Tabla 3.4	Magnitud de la máxima tensión presente en los tres casos.	48
Tabla 4.1	Datos del transformador.	68
Tabla 5.1	Magnitud de la máxima tensión presente en los tres casos.	95

SIMBOLOGÍA

a	Radio medio de la vuelta.
A_k	Áreas del k -ésimo devanado.
B_x	Campo magnético incidente en la dirección x .
c	Velocidad de la luz en el vacío.
c_{esp}	Espesor del conductor.
C_c	Capacitancia en un conductor.
C_{gk}	Capacitancia a tierra del k -ésimo devanado.
C_m	Capacitancia mutua entre devanados.
C_{sk}	Capacitancia propia del k -ésimo devanado.
c_w	Constante de amortiguamiento.
d_1	Distancia entre el k -ésimo devanado y la pared del tanque.
d_2	Distancia entre devanados.
E_x	Campo eléctrico incidente en la dirección x .
E_y	Campo eléctrico incidente en la dirección y .
h	Altura del conductor.
H_n	Altura de la nube.
$i(t)$	Corriente del canal de descarga.
$\hat{I}_1$	Corrientes fluyendo en Z_1 .
$\hat{I}_2$	Corrientes fluyendo en Z_2 .
I_1	Corriente total del devanado primario.
I_2	Corriente total del devanado secundario.
$I(z, s)$	Corriente en el dominio de Laplace.
$\mathbf{I}(z, s)$	Vectores de corriente en el dominio de Laplace.
$i(z, t)$	Corriente en el dominio del tiempo.
I_0	Corriente en el extremo emisor de la línea.
$\mathbf{I}_0$	Matrices de Corrientes en el extremo emisor de la línea.
I_b	Amplitud de la corriente en la base del canal.
I_F	Fuentes de Corriente distribuida a la largo de la línea.
$I_k(z, s)$	Corriente del k -ésimo devanado.
I_L	Corriente en el extremo receptor de la línea.

$\mathbf{I}_L$	Matrices de Corrientes en el extremo receptor de la línea.
I_{sc}	Fuentes de corriente nodales inyectadas en los extremos de la línea.
K_0	Coeficiente de acoplamiento.
ℓ	Longitud de la línea.
l	Longitud del devanado.
L_c	Inductancia del conductor.
L_g	Inductancia geométrica.
L_{gt}	Inductancia de retorno por tierra y geométrica.
L_m	Inductancia mutua entre devanados.
L_{sk}	Inductancia serie del k -ésimo devanado.
L_t	Inductancia de retorno por tierra.
$\mathbf{M}$	Matriz de vectores propios.
N	Número de muestras de matriz cadena.
P	Coordenadas de la descarga atmosférica.
P_c	Profundidad de penetración compleja.
P_{trs}	Perímetro de la sección transversal del devanado.
q	Relación de transformación.
q_c	Carga del conductor.
R_c	Resistencia del conductor.
R_{c1}	Perdidas en el núcleo.
R_{CD}	Resistencia de corriente directa.
r_{cond}	Radio del conductor.
$r_{dev\ k}$	Radio del k -ésimo devanado.
$r_{dev\ sec}$	Radio de cualquier extremo del devanado primario y secundario respectivamente.
R_k	Perdidas serie (cobre) del k -ésimo devanado por unidad de longitud.
R_t	Resistencia aparente del suelo.
r_{tanque}	Radio del tanque.
s	Variable de Laplace.
t	Tiempo
$V(z, s)$	Tensión en el dominio de Laplace.
$\mathbf{V}(z, s)$	Vectores de tensiones en el dominio de Laplace.
$v(z, t)$	Tensión en el dominio de tiempo.

V_0	Tensión en el extremo emisor de la línea.
$\mathbf{V}_0$,	Matrices de tensiones en el extremo emisor de la línea.
v	Velocidad de la corriente de retorno.
v_c	Voltaje en el conductor.
V_F	Fuentes de tensión distribuida a la largo de la línea.
$V_k(z, s)$	Tensión del k -ésimo devanado.
V_L	Tensión en el extremo receptor de la línea.
$\mathbf{V}_L$,	Matrices de tensiones en el extremo receptor de la línea.
$\mathbf{V}_m$	Tensión en el dominio modal.
V_{mi}	Tensión modal del i -ésimo modo.
X_0	Distancia entre el canal de descarga y la línea.
x_k	Distancias del canal de descarga entre los extremos de la línea.
x_p	Distancia entre el canal de descarga y la línea en la dirección del eje x .
Y	Admitancia de la línea.
$\mathbf{Y}$	Matrices de admitancias.
Y_0	Admitancia característica.
$\mathbf{Y}_0$	Matriz de admitancias característica.
Y_1	Admitancia propia del devanado primario.
Y_2	Admitancia propia del devanado secundario.
Y_{g1}	Admitancias a tierra del devanado primario.
Y_{g2}	Admitancias a tierra del devanado secundario.
Y_m	Admitancia mutua entre devanados.
z	Eje en dirección de la línea.
Z	Impedancia de la línea.
$\mathbf{Z}$	Matrices de impedancias.
Z_0	Impedancia característica.
$\mathbf{Z}_0$	Matriz de impedancias característica.
Z_1	Impedancia propia del devanado primario.
Z_2	Impedancia propia del devanado secundario.
Z_c	Impedancia del conductor.
Z_g	Impedancia de geométrica.
Z_{hf}	Impedancia para altas frecuencias.
Z_m	Impedancia mutua entre devanados.

Z_t	Impedancia de retorno por tierra.
α	Constante de atenuación.
α_i	Constantes de atenuación del i -ésimo modos.
β_i	Constantes de fase del i -ésimo modo.
γ	Constante de propagación.
γ_i	Constante de propagación.
Γ	Matriz de las constantes de propagación.
δ	Profundidad de penetración compleja en el conductor.
ϵ_0	Permitividad del vacío.
ϵ_r	Permitividad relativa del material dieléctrico.
η	Factor de corrección de la amplitud.
λ	Matriz de valores propios.
μ_{Cu}	Permeabilidad del cobre.
μ_0	Permeabilidad del vacío.
μ_c	Permeabilidad del conductor.
μ_s	Permitividad del terreno.
ρ_c	Resistividad del conductor.
ρ_s	Resistividad del suelo.
ρ_t	Resistividad del terreno.
τ_1	Constante de tiempo de frente de onda.
τ_2	Constante de tiempo de cola de la onda.
$\sigma(\omega)$	Ventana de Hanning.
Φ	Matriz cadena
Ψ	Matriz de propagación de tensiones.
Ψ	Flujo magnético.
ω	Frecuencial angular.
Δz	Segmento de longitud de la línea o devanado.
Δt	Discretización del vector de tiempo.
$\Delta \omega$	Discretización del espectro de frecuencias.

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN

1.1 Generalidades

A partir del uso de la energía eléctrica, los diferentes sistemas como son la generación, la transmisión y la distribución en general, se han visto sometidos a perturbaciones que cambian su estado normal de funcionamiento. Estas perturbaciones provocan en el sistema valores fuera de lo normal tales como sobretensiones, sobrecorrientes o variaciones de potencia.

Un transitorio electromagnético se presenta cuando existe un cambio súbito de energía en un sistema de potencia. Este cambio puede ser ocasionado por el impacto directo o indirecto de una descarga atmosférica, maniobra de interruptores, condiciones de falla en el equipo o en los sistemas de transmisión, variaciones en la demanda de energía, etc. [1].

De acuerdo con las causas que originan el transitorio, éste se clasifica como de origen interno (por maniobras de interruptores) y de origen externo (por descargas atmosféricas). En el caso de las fallas, éstas pueden tener ambos orígenes. La Tabla 1.1 muestra una clasificación en grupos de rangos de frecuencia.

Tabla 1.1 Clasificación de eventos transitorios.

Grupo	Rango de frecuencia	Características del fenómeno	Tipos de transitorio
I	0.1 Hz a 3 kHz	Oscilación de baja frecuencia	Sobretensiones temporales
II	50/60 Hz a 20 kHz	Frente de onda lento	Sobretensiones por maniobra
III	10 kHz a 3MHz	Fuente de onda rápido	Sobretensiones por descarga atmosférica
IV	100 kHz a 50 MHz	Frente de onda muy rápido	Sobretensiones por reencendido y fallas en subestaciones aisladas en gas SF ₆

Los transitorios electromagnéticos producen tensiones y corrientes anormales en el sistema eléctrico de potencia. Las sobretensiones pueden ocasionar un daño severo a los

dispositivos del sistema y ponen en riesgo la confiabilidad del mismo. Por otro lado, las sobrecorrientes producen un calentamiento excesivo en el equipo deteriorando el aislamiento que lo protege. Por ello es necesario hacer un análisis de las magnitudes y características de estas variables para saber de que manera podrían afectar a los distintos equipos y al sistema en general.

Cuando ocurre una descarga atmosférica directa en la línea de transmisión, se producen corrientes con amplitudes en el orden de decenas de kiloamperes, lo que provoca que las protecciones operen de acuerdo a su protocolo de seguridad, confiabilidad, selectividad y velocidad de operación para el sistema, dejando fuera de servicio a los usuarios y liberando la falla.

Por otro lado, al presentarse una descarga atmosférica cercana a la línea se inducen campos electromagnéticos, los cuales se comportan como ondas viajeras de tensión y de corriente, las cuales en ocasiones son imperceptibles por el sistema de protección y por tanto se transfieren al lado secundario del transformador. Estas ondas producen estrés en los devanados del transformador degradando su vida útil, además del posible daño al equipo que esté conectado en el lado de baja tensión, el cual pone en riesgo la continuidad del servicio.

El dejar sin suministro de energía eléctrica a los usuarios es sólo uno de los problemas que ocasionan los disturbios que se presentan en las líneas. Las sobrecorrientes y las sobretensiones que se presentan, al transferirse al lado de baja tensión, provoca que se opere con magnitudes mayores a las nominales, con la consecuencia de daños potenciales al equipo sensible, además de poner en riesgo la seguridad de los consumidores.

1.2 Antecedentes

1.2.1 Trabajos relacionados con el modelado de la línea de transmisión

Existen métodos y modelos en el dominio del tiempo y de la frecuencia para el análisis de las sobretensiones transitorias que se presentan en las líneas de transmisión. En un

principio las técnicas utilizadas para este análisis fueron gráficas; dos de las más conocidas son el método de Bergeron y el de Bewley [2]. Estos métodos no consideran directamente las pérdidas ni la dependencia frecuencial en los parámetros de la línea. Con base en el método de Bergeron, H. W. Dommel desarrolló en 1968 un programa en el dominio del tiempo conocido como “Electromagnetic Transient Program” (EMTP) [3], el cual incluye modelos de parámetros concentrados y distribuidos de los diferentes elementos que conforman el sistema eléctrico (este programa en la actualidad permite incluir, particularmente en la línea de transmisión, las pérdidas, la dependencia frecuencial y la naturaleza distribuida de sus parámetros). Posteriormente surgieron versiones alternas como son el “ElectroMagnetic Transients for Direct Current” (EMTDC) y el “Alternative Transient Program” (ATP), desarrollados por D. Woodford en 1975 y S. Meyer en 1974 respectivamente.

A principios de los 70's surgieron los primeros modelos de líneas monofásicas en donde se incluye la dependencia frecuencial en sus parámetros, desarrollados por Budner y Snelson en 1970 y 1972 respectivamente. En 1975 H. W. Dommel y Meyer aplicaron la técnica desarrollada por Snelson en el EMTP para considerar la dependencia frecuencial en los parámetros de la línea de transmisión, resolviendo las convoluciones mediante el uso de la regla de integración trapezoidal [4]. También en 1975 A. Dabuleanu y A. Semlyen propusieron la solución recursiva de las convoluciones; con este planteamiento y haciendo uso del análisis modal se extendió el análisis al caso multiconductor [5]. En 1982, J. Martí desarrolló un modelo en el cual la función de propagación y la impedancia característica se consideran para un rango de frecuencias. La impedancia característica se obtiene por medio de una aproximación racional a partir de la representación de Foster, mientras que los polos y ceros se obtienen a partir del método de Bode. Este modelo considera matrices de transformación reales y constantes [6]; sin embargo, en un trabajo subsecuente de L. Martí obtuvo un método para considerar la dependencia frecuencial de dichas matrices [7].

En 1998 Gustavsen y Semlyen propusieron un método en el dominio de fases de la admitancia característica y la función de propagación, utilizando el método de ajuste vectorial (Vector Fitting), en donde todos los elementos de cada columna de la matriz de transformación se ajustan usando los mismos polos [8]. Otro modelo en el dominio de fases es el propuesto por Morched, Gustavsen y Tartibi en 1999, el cual surge por la

necesidad de simular sistemas con alta dependencia frecuencial. Lo más importante del modelo es el ajuste adecuado de la admitancia característica y la función de propagación por medio de una aproximación racional [9]. Este modelo se considera hasta la actualidad el más avanzado y preciso en el dominio del tiempo.

En general, para poder hacer uso de los modelos en el dominio del tiempo, es necesario hacer aproximaciones y ajustes en el cálculo de los parámetros de la línea cuando se considera el efecto superficial. Muchas de estas consideraciones, además de ser propensas a errores, pueden ser difíciles de definir. En [10] se muestra que aún con modelos avanzados de línea pueden tenerse errores en sistemas con alta dependencia frecuencial.

Con las técnicas en el dominio de la frecuencia no se tiene este tipo de problemas ya que no es necesario hacer aproximaciones y ajustes para considerar la dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos. Además, con el desarrollo de técnicas de transformación numérica es posible obtener resultados en el dominio del tiempo de manera eficiente. Sin embargo, la limitante se presenta cuando se analizan sistemas con elementos no lineales, debido a que los métodos en el dominio de la frecuencia requieren que el sistema sea lineal e invariante en el tiempo [11]. Este problema se ha resuelto con éxito empleando el método de superposición [10], el cual fue presentado inicialmente por S. J. Day *et al.* en 1965 [12].

1.2.2 Trabajos relacionados con el fenómeno de la línea iluminada y no uniformidades.

A continuación se presentan algunos de los trabajos más importantes relacionados con los modelos que permiten la inclusión de campos incidentes en líneas de transmisión, así como no uniformidades en los parámetros eléctricos.

En 1978 C. D. Taylor *et al.* presentaron una formulación en donde las ecuaciones de propagación de la línea están en función de las tensiones y las corrientes totales de tal forma que los campos incidentes se representan por fuentes de tensión y de corriente distribuidas a lo largo de la línea [13].

En 1994 V. Cooray hizo referencia a los modelos de Rusck y el modelo de Agrawal los cuales son frecuentemente usados para estimar las sobretensiones inducidas por una descarga atmosférica cercana a la línea. En el primer modelo la función de excitación de la línea considera la componente vertical del campo eléctrico generado por la descarga, a diferencia del segundo modelo que considera la componente horizontal de dicho campo. El modelo de Rusck puede dar buenos resultados únicamente cuando la localización espacial de la fuente que genera el campo electromagnético es tal que la contribución del vector de potencial para el campo horizontal es cero [14].

En 1994 y 1995 C. Paul describió un modelo desarrollado en el programa de simulación en el dominio del tiempo PSpice que puede ser usado para el análisis de la inclusión de campos incidentes en circuitos electrónicos. Los campos incidentes se representan por medio de fuentes de corriente y de tensión conectadas en paralelo y en serie respectivamente al final de la línea [15, 16].

En 1995 C. A. Nucci *et al.* hicieron la comparación entre el método de Chowdhuri – Gross y el de Agrawal, Price y Gurbaxani. El primero considera que la función que representa los campos incidentes en la línea es debida únicamente al campo eléctrico que incide verticalmente en ella; esta función se representa por fuentes de corriente conectadas en paralelo distribuidas a lo largo de la línea. A partir del circuito que se obtiene con dicha fuente se puede llegar a un equivalente de Norton. El segundo modelo considera que dicha función representa la componente horizontal del campo eléctrico y es representada por fuentes de corriente distribuidas a lo largo de la línea y la componente vertical se define por medio de fuentes de tensión conectadas en los extremos de la línea [17].

En 1997 M. Omid *et al.* estudiaron la respuesta en el tiempo y en la frecuencia de la línea de transmisión uniforme y no uniforme excitada por campos electromagnéticos incidentes, obteniendo la solución de las ecuaciones de la línea en el dominio de la frecuencia. Con esta técnica se consiguió llegar a una solución de las corrientes totales en los extremos de la línea en función de sus parámetros y de las tensiones totales en los extremos; la inclusión de los campos incidentes se consideran como fuentes distribuidas a lo largo de la línea. El modelado de la no uniformidad se realiza por medio de la

conexión cascada de matrices cadena y para obtener resultados en el dominio del tiempo se utiliza la Transformada Rápida de Fourier [18].

En 1998 J. O. S. Paulino *et al.* describieron la implementación de la teoría de Rusck para el análisis de las sobretensiones inducidas en la línea de transmisión debida a una descarga atmosférica por medio del programa de simulación EMTP. Los campos incidentes que Rusck definió son representados por medio de fuentes de corriente en serie con una resistencia conectadas en paralelo para cada segmento de línea [19].

En 1998 V. Cooray y V. Scuka analizaron las diferentes aproximaciones que se realizan en el cálculo de las sobretensiones inducidas en las líneas de transmisión, tales como: la componente horizontal del campo eléctrico se calcula por medio de una aproximación de la inclinación de la onda de dicho campo hacia la línea, la conductividad perfecta y la impedancia cuando se asume como una resistencia constante [20].

En el 2001 I. Erdin. *et al.* implementaron un modelo para el análisis de campos incidentes en las líneas de transmisión en el dominio del tiempo. El modelo se basa en la aproximación racional de la matriz exponencial descrita por las ecuaciones del telegrafista y en la aproximación racional semi-analítica de las funciones de convolución [21].

En el 2001 M. S. Mamis y M. Köksal describieron el modelado de torres de transmisión, las cuales son comúnmente simuladas por medio de la teoría de la línea de transmisión no uniforme. Este análisis se desarrolló en el dominio de la frecuencia; la torre se dividió en un número adecuado de secciones, asumiendo cada sección como uniforme [22].

En el 2005 P. Gómez *et al.* presentaron dos métodos en el dominio de la frecuencia para el análisis de línea de transmisión no uniforme excitada por campos electromagnéticos incidentes. El primero se basa en la conexión cascada de matrices cadena de secciones de línea uniforme, mientras que en el segundo método se resuelve un sistema lineal que varía en el espacio. Los campos electromagnéticos incidentes se representan por fuentes de corriente y de tensión conectadas en el extremo receptor de la línea, y para obtener la solución en el dominio del tiempo se utiliza la transformada numérica de Laplace [23].

En el 2005 y 2006 G. S. Shinh *et al.* presentaron un algoritmo que utiliza la teoría de la línea de transmisión multiconductora con parámetros dependientes de la frecuencia para el análisis de circuitos electrónicos. Se desarrolló el modelo en el programa de simulación PSpice para el análisis de las sobretensiones inducidas en los circuitos. Los campos incidentes se representan por medio de fuentes de corriente y de tensión en los extremos de la línea [24, 25].

1.2.3 Trabajos relacionados con el modelado del transformador para altas frecuencias.

Algunos trabajos relevantes relacionados con el modelado del transformador que permiten el análisis de las sobretensiones transitorias presentes en los devanados y su transferencia al lado secundario son los siguientes:

En 1994 M. M. Saied presentó un modelo de parámetros distribuidos en el dominio de la frecuencia para el análisis de las tensiones transitorias en los devanados de dos transformadores conectados en paralelo. La técnica descrita utiliza la teoría de la línea de transmisión para el análisis [26].

En 1996 Y. Shibuya *et al.* describieron una técnica para el análisis de la respuesta del devanado de un transformador en el dominio del tiempo y de la frecuencia; el modelo utiliza la teoría de la línea monofásica para analizar la primera vuelta del devanado y la teoría de la línea multiconductora para las demás vueltas. Para obtener los resultados en el dominio del tiempo se utiliza la Transformada Discreta de Fourier [27].

En 1999 H. Rodrigo y H. Q. S. Dang presentaron un método en el dominio del tiempo para el análisis del comportamiento del devanado del transformador bajo tensiones transitorias. La técnica consiste en obtener un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias a partir del circuito que representa los devanados del transformador, y la solución se obtiene con el método de Runge Kutta [28].

En 1999 y 2001 A. S. Alfuhaid presentó un método para el análisis de la respuesta a la frecuencia de los parámetros eléctricos del transformador. Las ecuaciones que definen

los parámetros se obtienen a partir de un circuito equivalente por unidad de longitud del devanado del transformador. La solución se obtiene en el dominio modal a partir de la teoría de la línea multiconductora. Los resultados se comparan con el programa de simulación PSpice [29, 30].

En el 2002 D. Juárez presentó un modelo para el estudio de la distribución de la tensión de impulso en los devanados de un transformador tipo columna. Para analizar la distribución de tensión inicial en el devanado, éste se representa con un circuito de capacitancias, utilizando el método de diferencias finitas para obtener los resultados de esta etapa. En cuanto al análisis de la distribución de tensión transitoria en el devanado, éste se representa mediante un circuito de elementos capacitivos, inductivos y resistivos, y para obtener los resultados de esta etapa se utiliza el método de Runge Kutta de cuarto orden. Los parámetros eléctricos se obtienen a partir de la geometría del transformador [31].

En el 2003 F. Quiñónez presentó un método de parámetros distribuidos que parte de las ecuaciones del telegrafista para el análisis de sobretensiones transitorias en el devanado primario del transformador. Cada bobina del devanado se representa como una línea monofásica de tal modo que el extremo final de la línea (bobina) se conecta con el extremo inicial de la otra línea (bobina); finalmente el devanado se representa como una línea multiconductora (método de zig-zag). La solución de las ecuaciones se obtiene en el dominio del tiempo y de la frecuencia utilizando el método de las características y la transformada numérica de Laplace, respectivamente [32].

En el 2004 L. Guishu *et al.* utilizaron la teoría de la línea de transmisión multiconductora para el análisis de las tensiones transitorias que se presentan en los devanados del transformador. Cada vuelta del devanado se simula como una línea de transmisión, y los parámetros eléctricos son calculados por medio del método de elemento finito. La solución se obtiene por medio del método diferencial de cuadratura [33].

En el 2006 M. Popov *et al.* describieron un método en el dominio de la frecuencia para el análisis de la tensión transitoria que puede presentarse en los devanados, basado también en la teoría de la línea de transmisión multiconductora. La técnica consiste en

que cada bobina se simula como una fase de línea de transmisión y la conexión se hace del extremo final de la bobina con el extremo inicial de la otra bobina (método de zigzag). Los parámetros eléctricos se obtienen a partir de la geometría del transformador. Para obtener los resultados en el dominio del tiempo se utiliza la Transformada Rápida de Fourier [34].

En el 2005 K. Ragavan y L. Satish presentaron un modelo en el cual se puede incluir el acoplamiento inductivo entre devanados y entre vueltas del transformador. Se obtiene un sistema en variables de estado a partir del circuito equivalente y se realizó un análisis de los polos y ceros del sistema en el dominio de la frecuencia. El desarrollo de la técnica se hace en el dominio de la frecuencia [35].

1.2.4 Trabajos relacionados con el modelado del conjunto línea-transformador para análisis de descargas atmosféricas

En 1985 M. Saied y A. Alfuhaid presentaron un método en el dominio de la frecuencia para el análisis de las sobretensiones transitorias por descarga directa que se presentan en la conexión cascada de una línea de transmisión y un transformador. Se utiliza la teoría de la línea multiconductora para el análisis del sistema, y para obtener los resultados en el dominio del tiempo se emplea un algoritmo de transformación numérica [36].

En el 2003 J. G. Herrera *et al.* evaluaron las sobretensiones ocasionadas por una descarga atmosférica cercana a la línea y su transferencia al secundario del transformador, a partir de un modelo implementado en el ATP/EMTP. Los campos incidentes a la línea se simulan de acuerdo al criterio de Agrawal. Finalmente se hizo un análisis estadístico de las sobretensiones con respecto a la variación de la magnitud de los parámetros basado en el Método de Monte Carlo [37].

A. Borghetti *et al.* describieron en el 2005 un método para el análisis de las sobretensiones transitorias ocasionadas por una descarga indirecta en una línea de mediana tensión y su posterior transferencia al lado de baja tensión a través de un transformador. Para el análisis utilizaron un modelo de transformador representado por un circuito Π de capacitancias y el modelo desarrollado por Morched *et al.*, el cual fue

adaptado para usarlo en el EMTP. Además, los resultados fueron comparados por medio de pruebas de laboratorio [38].

1.3 Objetivos

- Implementar un modelo de la línea de transmisión uniforme y no uniforme en el dominio de la frecuencia que permita la inclusión de campos electromagnéticos incidentes.
- Desarrollar una técnica para el cálculo de los campos electromagnéticos que se generan a partir de una descarga atmosférica indirecta.
- Implementar un modelo del transformador para altas frecuencias que incluya la dependencia frecuencial en sus parámetros y permita analizar la distribución de las sobretensiones en sus devanados así como su transferencia al lado secundario.
- Mediante los modelos desarrollados, analizar las sobretensiones transitorias inducidas en una línea de transmisión de mediana tensión por el impacto de una descarga atmosférica directa e indirecta y su posterior transferencia al lado secundario a través del transformador, así como su distribución a lo largo de ambos devanados.

1.4 Justificación

En la actualidad existen muchos equipos electrónicos que operan con magnitudes de corriente y de tensión muy bajas y generalmente son muy sensibles a sus variaciones. Si estas variaciones tienen magnitudes muy grandes como las provocadas por la transferencia de sobretensiones debido a descargas atmosféricas, pueden hacer que los equipos trabajen de manera inadecuada e incluso pueden llegar a dañarlos.

Los programas de simulación que existen actualmente como son ATP/EMTP y el PSCAD/EMTDC, no cuentan con modelos de la línea de transmisión que contemplen la inclusión directa de campos electromagnéticos debidos a descargas atmosféricas indirectas; además, los modelos del transformador que presentan son en estado estable o para transitorios de baja frecuencia y no permiten analizar la transferencia de las sobretensiones transitorias y su propagación en los devanados durante eventos de altas frecuencias. Los modelos de la línea en el dominio del tiempo presentan aproximaciones y ajustes que pueden degradar la precisión de los resultados, además de las complicaciones relacionadas con la inclusión de la dependencia frecuencial así como posibles no uniformidades de los parámetros eléctricos.

Debido a lo anterior, es necesario implementar modelos de parámetros distribuidos del transformador y de la línea excitada por campos electromagnéticos incidentes en el dominio de la frecuencia, que consideren la dependencia frecuencial en los parámetros así como la naturaleza distribuida del fenómeno de manera eficiente.

1.5 Aportaciones

- El modelo presentado del transformador, basado en la teoría de la línea de transmisión, considera tanto la naturaleza distribuida de sus parámetros eléctricos como la transferencia entre los devanados primario y secundario. Este modelo ha sido empleado previamente para el análisis de respuesta en frecuencia por otros autores; sin embargo, en este trabajo se emplea para análisis transitorio con muy buenos resultados.
- El algoritmo implementado para el cálculo de los campos electromagnéticos debidos a una descarga atmosférica indirecta, se desarrolla en el dominio de la frecuencia, a diferencia de trabajos anteriores, lo cual vuelve la solución más sencilla al obtenerse ecuaciones algebraicas en lugar de ecuaciones integrodiferenciales.
- Se presenta un modelo completo en el dominio de la frecuencia de un sistema línea de transmisión (uniforme y no uniforme) – transformador, para analizar descargas atmosféricas directas e indirectas y su transferencia al lado de baja tensión. En el modelo obtenido es mucho más sencillo considerar diferentes

casos de aplicación que en programas comerciales de tipo EMTP, en los cuales la modificación de un caso requeriría definir nuevamente tanto el modelo de la línea (para el caso de descarga indirecta) como el modelo del transformador.

1.6 Limitaciones y alcances

Limitaciones

- Los modelos desarrollados tanto de línea iluminada como de transformador son monofásicos. Sin embargo, para sistemas de distribución los resultados obtenidos mediante modelos monofásicos pueden aproximar suficientemente los fenómenos involucrados.
- El modelo del transformador no considera el acoplamiento inductivo entre vueltas de los devanados.
- Los parámetros eléctricos del transformador se calcularon a partir de ecuaciones simplificadas. Un cálculo de mayor precisión requeriría del empleo de un método basado en la geometría real del transformador, como el método de elemento finito en 2 o 3 dimensiones.
- Se empleó la regla trapezoidal simple para la integración numérica requerida en el cálculo de los campos electromagnéticos incidentes lo cual, aunque proporcionó resultados suficientemente precisos, es poco efectivo desde el punto de vista de tiempo de cómputo.

Alcances

- Se presenta un modelo de parámetros distribuidos de la línea de transmisión uniforme y no uniforme que considera la dependencia frecuencial y la naturaleza distribuida de sus parámetros en el dominio de la frecuencia. Los resultados en el dominio del tiempo se obtienen por medio de la transformada numérica de Laplace.
- Se presenta una técnica que permite el análisis de las tensiones transitorias que se generan por la inclusión de campos electromagnéticos incidentes en la línea de transmisión monofásica uniforme y no uniforme, así como una técnica para el cálculo de los campos que se generan a partir de una descarga atmosférica en el dominio de la frecuencia.

- Se implementa un modelo del transformador monofásico para altas frecuencias que permite el análisis de la distribución de tensión transitoria en los devanados y su transferencia al lado de baja tensión en el dominio de la frecuencia.
- Se desarrolla un modelo completo que permite el análisis de la transferencia de sobretensiones inducidas por descargas atmosféricas en sistemas de distribución.
- Se obtienen modelos implementados en el ATP/EMTP para la comprobación de los resultados obtenidos con cada uno de los modelos anteriores.

1.7 Estructura de la tesis

El Capitulo 1 esta conformado por la presente introducción.

El Capitulo 2 presenta la solución de las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia, obteniendo un modelo de dos puertos de la línea de transmisión monofásica uniforme y no uniforme.

En el Capitulo 3 se presenta un modelo en el dominio de la frecuencia que permite la inclusión de campos incidentes en la línea de transmisión uniforme y no uniforme. Se describe también una técnica que permite el cálculo del campo electromagnético que se genera debido a una descarga atmosférica cercana a la línea.

En el Capitulo 4 se describe un modelo del transformador para altas frecuencia, el cual parte de la solución de las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia, obteniendo finalmente un modelo de dos puertos del transformador. Se presentan ecuaciones para el cálculo de los parámetros eléctricos de un transformador monofásico tipo columna.

El Capitulo 5 presenta la descripción del modelo completo línea iluminada-transformador. Se describe también la implementación de un modelo en el ATP/EMTP con el propósito de validar los resultados.

En el Capítulo 6 se detallan las conclusiones del trabajo de tesis, así como las aportaciones y recomendaciones para trabajos futuros.

En el Apéndice A se desarrolla el algoritmo de la transformada numérica de Laplace.

En el Apéndice B se describe el cálculo de parámetros de la línea de transmisión.

En el Apéndice C se muestran las dimensiones de un transformador de distribución monofásico tipo columna.

En el Apéndice D se listan las publicaciones obtenidas a partir de de este trabajo.

CAPITULO 2 Modelado de la línea de transmisión

2.1 Generalidades

Las líneas de transmisión son los elementos más comunes que conforman las redes eléctricas. En conjunto, estos elementos constituyen las arterias a través de las cuales fluye la energía eléctrica desde los centros de generación hasta los centros de consumo [38]. La transmisión de dicha energía puede realizarse por corriente alterna (c.a.) o directa (c.d.), y de acuerdo al diseño de la línea ésta puede ser aérea o subterránea. Dependiendo del nivel de tensión se tienen clasificadas a las redes en tres categorías: transmisión, subtransmisión y distribución.

Debido a la importancia de la línea de transmisión, ha sido necesario desarrollar modelos matemáticos que representen el comportamiento de la misma. Estos modelos se caracterizan por cuatro parámetros principales:

Resistencia, R	Representa las perdidas serie a lo largo del conductor.
Inductancia, L	Simboliza el flujo magnético debido a la corriente que circula a través del conductor.
Capacitancia, C	Representa la corriente de desplazamiento que fluye entre dos conductores en el plano transversal.
Conductancia, G	Simboliza la corriente de conducción transversal fluyendo entre dos conductores.

El modelo de la línea de transmisión utilizado para estudios de transitorios electromagnéticos puede ser de parámetros concentrados o de parámetros distribuidos; sin embargo, se prefiere en general el segundo, debido a que toma en cuenta el fenómeno de propagación de ondas viajeras a lo largo de la línea, fundamental para reproducir de manera adecuada el comportamiento transitorio de elementos eléctricamente largos. El circuito equivalente por unidad de longitud de la línea de transmisión, base del modelado de parámetros distribuidos, se muestra en la Fig. 2.1.

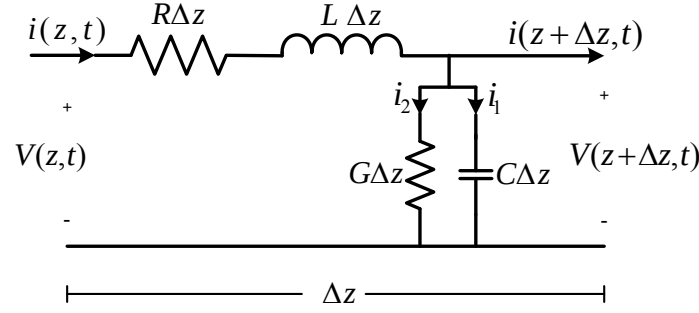


Figura 2.1 Circuito equivalente de la línea de transmisión por unidad de longitud.

En este Capítulo se desarrollan las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia, las cuales rigen la propagación de ondas de tensión y corriente a lo largo de la línea. A partir de éstas se obtiene un modelo de dos puertos conocido también como modelo nodal o de matriz de admitancias [10]. Finalmente, se presentan casos de aplicación considerando distintas configuraciones de línea. Dado que el modelado se realiza en su totalidad en el dominio de la frecuencia, para obtener las formas de onda en el tiempo se hace uso del algoritmo de la transformada numérica de Laplace (TNL), descrito en el Apéndice A. En el Apéndice B se describe el cálculo de parámetros de la línea de transmisión.

2.2 Solución de las ecuaciones del telegrafista y obtención del modelo de dos puertos (Nodal o Ybus) para una línea monofásica

2.2.1 Solución de las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia

Las ecuaciones del telegrafista parten del modelo de parámetros distribuidos y rigen el comportamiento de la línea transmisión en estado transitorio. Estas ecuaciones en el dominio de la frecuencia están dadas por:

$$-\frac{dV(z, s)}{dz} = ZI(z, s) \quad (2.1)$$

$$-\frac{dI(z, s)}{dz} = YV(z, s) \quad (2.2)$$

donde $V(z, s)$ e $I(z, s)$ son las tensiones y corrientes en el dominio de Laplace en el punto z de la línea, mientras que Z y Y representan la impedancia serie y la admitancia en derivación por unidad de longitud, respectivamente, y están definidas por (B.19) y

(B.20) del apéndice B. Combinando (2.1) y (2.2) se obtiene un arreglo matricial desacoplado de segundo orden:

$$\frac{d^2}{dz^2} \begin{bmatrix} V(z,s) \\ I(z,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ZY & 0 \\ 0 & YZ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(z,s) \\ I(z,s) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Las soluciones generales de tensión y corriente para la ecuación (2.3) son

$$V(z,s) = C_1 e^{-\gamma z} + C_2 e^{\gamma z} \quad (2.4)$$

$$I(z,s) = C_3 e^{-\gamma z} + C_4 e^{\gamma z} \quad (2.5)$$

donde C_1 , C_2 , C_3 y C_4 son las constantes de integración y γ es la constante de propagación, definida por

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + sL)(sC)} \quad (2.6)$$

2.2.2 Admitancia e impedancia característica

Para encontrar una solución que relacione las ecuaciones (2.4) y (2.5) se hace uso del concepto de admitancia característica de la línea. Para ello, se sustituye (2.4) en (2.1) y se resuelve para I :

$$I(z,s) = -Z^{-1} \frac{d(C_1 e^{-\gamma z} + C_2 e^{\gamma z})}{dz} = Z^{-1} \gamma (C_1 e^{-\gamma z} - C_2 e^{\gamma z}) \quad (2.7)$$

La admitancia característica se obtiene a partir del término $Z^{-1}\gamma$ de (2.7):

$$Y_0 = Z^{-1}\gamma = \sqrt{\frac{Y}{Z}} \quad (2.8)$$

La impedancia característica se define como el inverso de Y_0 :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \frac{1}{Y_0} = \sqrt{\frac{R + sL}{sC}} \quad (2.9)$$

Sustituyendo (2.8) en (2.7) se tiene:

$$I(z,s) = Y_0 (C_1 e^{-\gamma z} - C_2 e^{\gamma z}) \quad (2.10)$$

2.2.3 Obtención de la Matriz de Transferencia y Matriz cadena

Para obtener la matriz de transferencia se aplican las condiciones de frontera, mostradas en la Fig. 2.2, a las soluciones generales de tensión y de corriente proporcionadas por las ecuaciones (2.4) y (2.10), teniéndose finalmente:

$$\begin{bmatrix} V_\ell \\ I_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

donde:

$$A = \cosh(\gamma \ell) \quad (2.12a)$$

$$B = -Z_0 \sinh(\gamma \ell) \quad (2.12b)$$

$$C = Y_0 \sinh(\gamma \ell) \quad (2.12c)$$

$$D = -\cosh(\gamma \ell) \quad (2.12d)$$

V_0, I_0, V_ℓ e I_ℓ son las tensiones y corrientes en el extremo emisor y receptor de la línea respectivamente y ℓ es su longitud. La ecuación (2.11) es conocida como matriz de transferencia. A partir de esta ecuación puede definirse la matriz cadena al cambiar el sentido de la corriente I_L del lado derecho de la Fig. 2.2, teniéndose simplemente:

$$\begin{bmatrix} V_\ell \\ I_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ -C & -D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

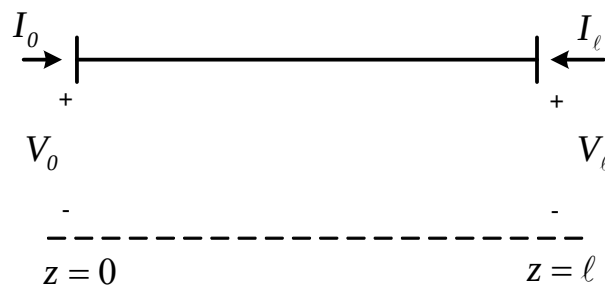


Figura 2.2 Condiciones de frontera.

2.2.4 Obtención del Modelo de Dos Puertos (Nodal o Ybus)

A partir de la matriz de transferencia se describe el modelo de dos puertos (nodal o de matriz de admitancias), el cual relaciona las tensiones nodales en los extremos de la

línea con las corrientes inyectadas en dichos extremos. Manipulando algebraicamente (2.11) se tiene:

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{SS} & -Y_{SR} \\ -Y_{RS} & Y_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_\ell \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

donde:

$$Y_{SS} = Y_{RR} = Y_0 \coth(\gamma \ell) \quad (2.15a)$$

$$Y_{RS} = Y_{SR} = Y_0 \operatorname{csch}(\gamma \ell) \quad (2.15b)$$

Y_{SS} , Y_{RR} , Y_{SR} y Y_{RS} son los elementos correspondientes a la matriz del modelo de dos puertos. En la Fig. 2.3 se muestra la representación gráfica de (2.14).

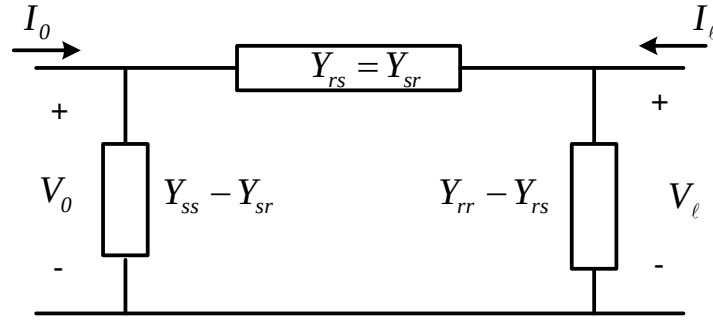


Figura 2.3 Modelo de dos puertos (forma nodal).

2.3 Modelado de la Línea de Transmisión no uniforme

Una línea de transmisión se considera como no uniforme cuando sus parámetros eléctricos varían con la longitud, es decir, son dependientes no sólo de la frecuencia, sino también del espacio. Ejemplos de esta condición pueden ser la catenaria entre dos torres, líneas cruzando ríos o a la entrada de subestaciones, variaciones en la resistividad, etc. Enseguida se describe brevemente el modelado de este tipo de líneas mediante la técnica conocida como *conexión cascada de matrices cadena* [8].

Considérese un segmento de línea de longitud Δz . Aplicando las condiciones de frontera ($z - \Delta z$) y (z) a las ecuaciones (2.4) y (2.10) y empleando identidades hiperbólicas:

$$\begin{bmatrix} V(z, s) \\ I(z, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \Delta z) & Y_0^{-1} \sinh(\gamma \Delta z) \\ Y_0 \sinh(\gamma \Delta z) & \cosh(\gamma \Delta z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(z - \Delta z, s) \\ I(z - \Delta z, s) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

donde

$$\Phi = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \Delta z) & Y_0^{-1} \sinh(\gamma \Delta z) \\ Y_0 \sinh(\gamma \Delta z) & \cosh(\gamma \Delta z) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Φ es la matriz cadena de un diferencial de longitud de la línea de transmisión, y su definición es muy útil para modelar líneas no uniformes. El procedimiento consiste en dividir la línea en N segmentos y calcular la matriz cadena de cada uno de ellos, como se muestra en la Fig. 2.4. Los parámetros eléctricos de cada sección varían dependiendo de la no uniformidad que se presente. La matriz cadena total se obtiene con la multiplicación de las matrices cadena de cada sección en el orden apropiado [9]:

$$\begin{bmatrix} V(z, s) \\ I(z, s) \end{bmatrix} = \Phi_N \Phi_{N-1} \dots \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1 \begin{bmatrix} V(z - \Delta z, s) \\ I(z - \Delta z, s) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} V(z, s) \\ I(z, s) \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^N \Phi^{(N+1-i)} \begin{bmatrix} V(z - \Delta z, s) \\ I(z - \Delta z, s) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Partiendo de (2.19), puede definirse un modelo de dos puertos en forma nodal similar al de la ecuación (2.14).

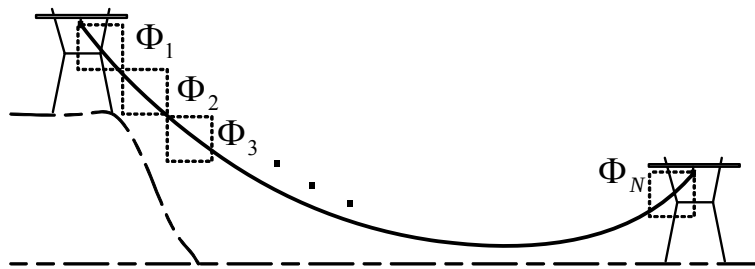


Figura 2.4 Obtención de la matriz cadena de cada segmento de una línea no uniforme.

2.4 Aplicaciones

Mediante el modelo de línea descrito previamente, en los siguientes ejemplos se realizan simulaciones de eventos transitorios para distintas configuraciones de línea. El

objetivo de estos ejemplos es mostrar la diferencia del comportamiento de las tensiones transitorias que se presentan en una línea uniforme y no uniforme y su comparación con los resultados del programa de simulación ATP/EMTP. El modelo obtenido puede aplicarse en general a cualquier tipo de línea modificando los datos respectivos para cada caso. Los datos que se emplean en estos ejemplos no representan ninguna línea real en particular y se usaron simplemente para la obtención de resultados y la validación del modelo, previo a su aplicación en capítulos posteriores para configuraciones específicas.

2.4.1 Energización en vacío

Como primera aplicación, se analizó una línea de transmisión monofásica uniforme con los datos que se muestran en la Tabla 2.1. La línea es alimentada por una fuente tipo escalón unitario, a partir de $t = 0$. La fuente tiene una impedancia puramente resistiva de 0.1Ω (extremo emisor), mientras que el extremo receptor se considera abierto. La sobretensión transitoria obtenida en dicho extremo se observa en la Fig. 2.5. Para obtener los resultados en el dominio del tiempo se utilizó la transformada numérica de Laplace (ver Apéndice A) y los resultados fueron comparados con el programa de simulación ATP/EMTP.

Tabla 2.1 Datos de una línea de transmisión sin catenaria.

Radio del conductor	0.01177 m
Altura de la línea	25 m
Longitud de la línea	100 km
Permeabilidad del terreno	1.2566×10^{-6} H/m
Permeabilidad del conductor	1.2566×10^{-6} H/m
Resistividad del suelo	100 Ω -m
Resistividad del conductor	2.71×10^{-8} Ω -m

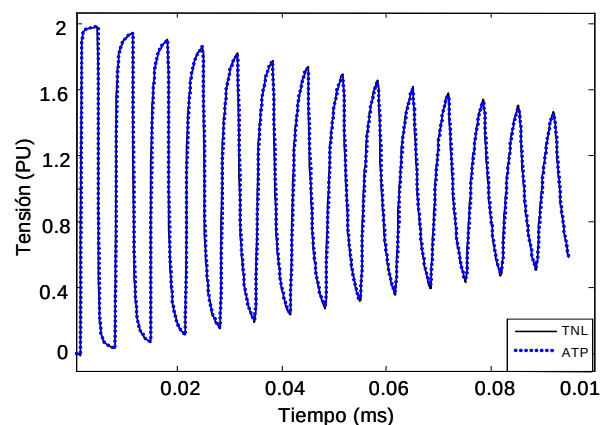


Figura 2.5 Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica energizada en vacío.

2.4.2 Propagación de impulso de descarga

Como segundo ejemplo de aplicación, se analizó la propagación de la sobretensión transitoria a lo largo de una línea de transmisión uniforme con los datos de la Tabla 2.1. En el lado emisor de la línea se suministró una fuente ideal de tipo doble exponencial, que representa una forma de onda típica de descarga con amplitud de 10 kA, tiempo de frente de 1.2 μ s y tiempo de valor medio (cola de la onda) de 50 μ s, con el extremo receptor abierto. La línea se dividió en 5 segmentos, como se muestra en la Fig. 2.6, y se registraron las sobretensiones transitorias presentadas en cada uno de los nodos mostrados. En la Fig. 2.7 se muestra la propagación del impulso de tensión en dichos nodos.

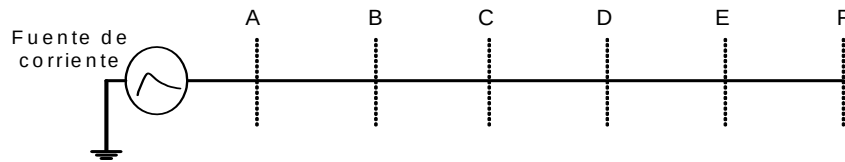


Figura 2.6 División de la línea monofásica para el ejemplo de aplicación.

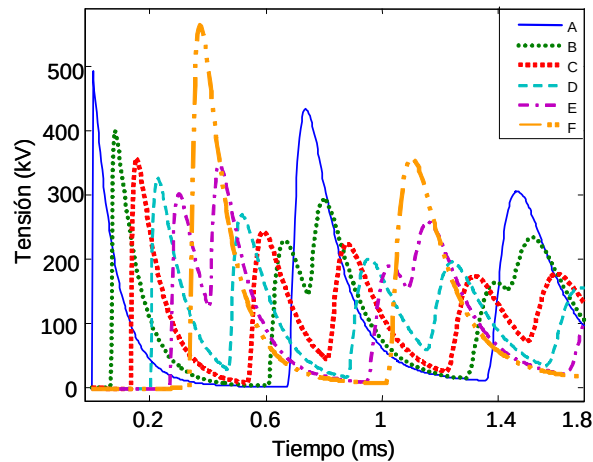


Figura 2.7 Propagación de la sobretensión transitoria para una línea monofásica uniforme.

2.4.3 Línea no uniforme (catenaria)

Tomando en cuenta que la no uniformidad de la línea es importante cuando se requiere analizar transitorios electromagnéticos rápidos, se simuló un evento transitorio en una línea no uniforme como la que se muestra en la Fig. 2.8. Los datos de la línea se muestran en la Tabla 2.2. Para este caso se conectó una fuente tipo escalón unitario con impedancia puramente resistiva de 0.1 Ω en el extremo emisor, mientras que el extremo receptor se consideró abierto.

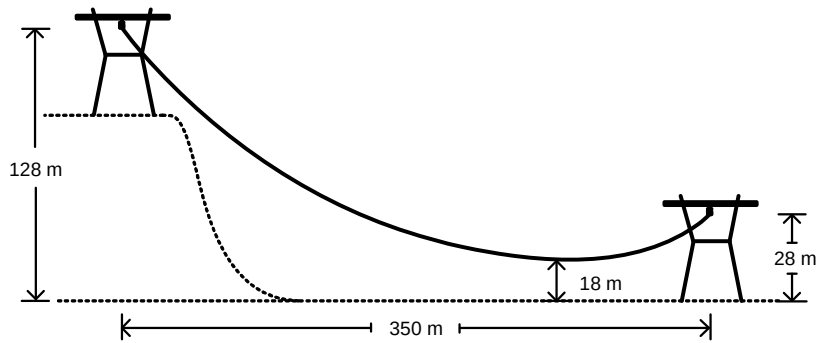


Figura 2.8 Configuración de línea monofásica no uniforme.

Tabla 2.2 Datos de una línea de transmisión con catenaria.

Radio del conductor	0.0254 m
Permeabilidad del terreno	1.2566×10^{-6} H/m
Permeabilidad del conductor	1.2566×10^{-6} H/m
Resistividad del suelo	100 Ω -m
Resistividad del conductor	2.826×10^{-8} Ω -m

En la Fig. 2.9 se muestra la forma de onda de la sobretensión transitoria en el extremo receptor de la línea. El comparar esta figura con el resultado obtenido para una línea sin catenaria (Fig. 2.5), se observa la existencia de un mayor número de frecuencias involucradas que cambian por completo su forma de onda, además de presentar magnitudes mayores.

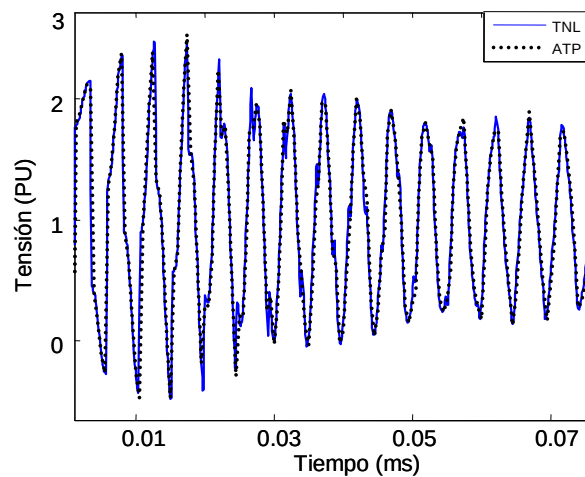


Figura 2.9 Sobretensión transitoria para una línea monofásica no uniforme.

2.5 Conclusiones

En este Capítulo se describió e implementó un modelo de la línea de transmisión monofásica uniforme y no uniforme en el dominio de la frecuencia para el análisis de sobretensiones transitorias. Aunado a esto, se analizó la propagación de dichas sobretensiones a lo largo de una la línea monofásica uniforme. Mediante los ejemplos de aplicación pudo observarse que la no uniformidad y la dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos son de gran importancia. Los programas de simulación que existen actualmente, al estar desarrollados en el dominio del tiempo, requieren técnicas de aproximación para la inclusión de parámetros dependientes de la frecuencia, las cuales pueden ser propensas a errores. El método en el dominio de la frecuencia empleado en este trabajo está completamente libre de este tipo de errores. Además, los programas comerciales en el dominio del tiempo no cuentan hasta el momento con modelos precisos para líneas no uniformes.

El modelo descrito en este Capítulo, tanto de línea uniforme como no uniforme, se empleará en el Capítulo 5 para el caso específico de una línea de distribución de 34.5 kV, empleando datos reales de una configuración de este tipo.

CAPITULO 3 Modelado de la Línea Iluminada

3.1 Introducción

El efecto del impacto de descargas atmosféricas en los sistemas de transmisión y distribución puede dividirse en dos tipos: descarga directa y descarga indirecta.

Una descarga directa se refiere al impacto franco de la misma sobre alguno de los distintos elementos del sistema tales como torre de transmisión, hilo de guarda o el propio conductor. Esto produce en general magnitudes de sobretensión muy altas y, dependiendo del punto de impacto, puede ocasionar daño al aislamiento, descargas disruptivas en el aire o, aunque no se tenga un efecto inmediato, el eventual deterioro en la confiabilidad de sus componentes.

Por otro lado, la descarga indirecta se refiere al impacto del rayo en la proximidad de la línea, lo cual produce campos electromagnéticos que inciden sobre ella. Esto provoca sobretensiones transitorias cuya magnitud depende, entre otros factores, de la amplitud de la corriente de retorno, la altura de la nube de tormenta y la distancia entre punto de impacto y la línea [63]. Este fenómeno se conoce comúnmente como *línea Iluminada*.

Aunque se ha observado que el impacto directo del rayo produce magnitudes de sobretensión mayores a las ocasionadas por la incidencia indirecta del mismo [39], el estudio de los campos electromagnéticos que inciden en la línea no deja de ser importante, debido a que las sobretensiones que se producen son una de las variables importantes para la elección y coordinación de elementos de protección, principalmente en sistemas de distribución, además de ser un fenómeno mucho más frecuente. En particular, las sobretensiones transitorias debidas a descargas indirectas y transferidas a los sistemas de baja tensión a través del transformador, pueden ser de gran importancia debido a la sensibilidad de los equipos conectados.

Diversos investigadores han desarrollado estudios de las sobretensiones provocadas por el fenómeno de la línea iluminada [13-18, 22-25, 37, 40, 41]. Algunas formas en que

comúnmente se ha analizado este fenómeno es mediante las formulaciones propuestas por Taylor [13], Agrawal [42] y Rachidi [43]. Entre las más utilizadas está la desarrollada por Taylor, mediante la cual los campos electromagnéticos incidentes se aproximan a través de fuentes distribuidas de tensión y corriente a lo largo de la línea. Esta formulación es aplicada en métodos tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia [13].

En esta sección se describe un modelo de la línea de transmisión en el dominio de la frecuencia, basado en la formulación de Taylor, que permite la inclusión de campos electromagnéticos incidentes. El efecto de dichos campos se incluye por medio de fuentes concentradas colocadas únicamente en los extremos de la línea, en lugar de distribuidas como se ha planteado generalmente, simplificando sustancialmente el análisis del fenómeno y sin alterar la exactitud de los resultados. Este modelo ha sido empleado previamente en [23] con buenos resultados.

Se describe también la implementación de una técnica, presentada inicialmente por Master y Uman [44, 45], para el cálculo de los campos electromagnéticos que inciden sobre la línea a partir de fórmulas que están en función de variables tales como las coordenadas del punto de impacto, la forma de onda y magnitud de la corriente de retorno, la altura de la nube, la longitud de la línea, etc. A partir del cálculo de estos campos se obtienen las fuentes concentradas que requiere el modelo. Al implementarse en el dominio de la frecuencia, las formulas integrodiferenciales presentadas en las referencias mencionadas se convierten en ecuaciones algebraicas que pueden resolverse de forma mucho más simple.

3.2 Descripción del modelo de la línea iluminada

3.2.1 Representación de campos incidentes

Para la representación de campos electromagnéticos incidentes se parte de la formulación de Taylor y la conexión cascada de matrices cadena, descrita en el Capítulo 2. Con esta formulación se puede obtener un modelo (uniforme o no uniforme) de la línea iluminada. El modelo presentado incluye el efecto de los campos empleando solamente fuentes concentradas de tensión y corriente en el extremo receptor de la línea

[23]. Posteriormente se obtiene una forma nodal equivalente que requiere la conexión de fuentes de corriente en ambos extremos de la línea.

Se considera un campo electromagnético que incide sobre una línea monofásica, como se muestra en la Fig. 3.1. Para incluir el efecto de este campo, las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia, definidas en (2.25) y (2.26), se modifican de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} V(z,s) \\ I(z,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -Z \\ -Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(z,s) \\ I(z,s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_F(z,s) \\ I_F(z,s) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

donde:

$$V_F(z,s) = s \int_0^h B_x dy \quad (3.2)$$

$$I_F(z,s) = -Y \int_0^h E_y dy \quad (3.3)$$

V_F e I_F son la fuentes de tensión y corriente, h es la altura del conductor, E_y es el campo eléctrico incidente en la dirección y y B_x es el campo magnético incidente en la dirección x , de acuerdo al sistema coordenado mostrado en la Fig. 3.1. La solución de la ecuación (3.1) en términos de la matriz cadena de un segmento de línea Δz se define como [23]:

$$\begin{bmatrix} V'(z,s) \\ I'(z,s) \end{bmatrix} = \Phi(\Delta z, s) \begin{bmatrix} V(z - \Delta z, s) \\ I(z - \Delta z, s) \end{bmatrix} + \int_{z-\Delta z}^z \Phi(z - \tau, s) \begin{bmatrix} V_F(\tau, s) \\ I_F(\tau, s) \end{bmatrix} d\tau \quad (3.4)$$

Si el segmento es eléctricamente corto, la integral del lado derecho de la ecuación (3.4) puede expresarse simplemente como:

$$\int_{z-\Delta z}^z \Phi(z - \tau, s) \begin{bmatrix} V_F(\tau, s) \\ I_F(\tau, s) \end{bmatrix} d\tau \approx \begin{bmatrix} V_F(z, s) \Delta z \\ I_F(z, s) \Delta z \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Sustituyendo (3.5) en (3.4) se tiene:

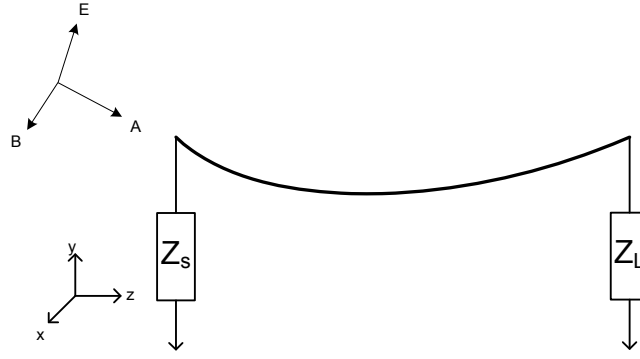


Figura 3.1 Configuración de una línea iluminada monofásica.

$$\begin{bmatrix} V'(z, s) \\ I'(z, s) \end{bmatrix} = \Phi(\Delta z, s) \begin{bmatrix} V(z - \Delta z, s) \\ I(z - \Delta z, s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_F(z, s)\Delta z \\ I_F(z, s)\Delta z \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

La representación de las fuentes distribuidas se muestra en la Fig. 3.2, correspondiente a la ecuación (3.6).

Partiendo de las ecuaciones (2.19) y (3.6) se obtiene un modelo en el cual las fuentes se consideran únicamente en el extremo receptor de la línea. Esta representación se describe mediante la suma del vector de fuentes distribuidas en cada paso de la conexión cascada definida en (2.19); esto es:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V(\ell, s) \\ I(\ell, s) \end{bmatrix} &= \Phi_N \Phi_{N-1} \dots \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1 \begin{bmatrix} V(0, s) \\ I(0, s) \end{bmatrix} + \Phi_{N-1} \dots \Phi_4 \Phi_3 \Phi_2 \begin{bmatrix} V_F(\Delta z, s)\Delta z \\ I_F(\Delta z, s)\Delta z \end{bmatrix} \\ &+ \Phi_{N-1} \dots \Phi_4 \Phi_3 \begin{bmatrix} V_F(\Delta z, s)\Delta z \\ I_F(\Delta z, s)\Delta z \end{bmatrix} + \dots + \Phi_{N-1} \begin{bmatrix} V_F(\Delta z, s)\Delta z \\ I_F(\Delta z, s)\Delta z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.7)$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} V(\ell, s) \\ I(\ell, s) \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^N \Phi^{(N+1-i)} \begin{bmatrix} V(0, s) \\ I(0, s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{FT}(\ell, s) \\ I_{FT}(\ell, s) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

donde:

$$\begin{bmatrix} V_{FT}(\ell, s) \\ I_{FT}(\ell, s) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{N-1} \left\{ \left[\prod_{n=1}^{N-i-1} \Phi^{(N-n)} \right] \begin{bmatrix} V_F(i\Delta z, s)\Delta z \\ I_F(i\Delta z, s)\Delta z \end{bmatrix} \right\} \quad (3.9)$$

El primer término del lado derecho de (3.8) corresponde a la conexión cascada de matrices cadena, de tal forma que la posible inclusión de no uniformidades en la línea ya está considerada en dicha ecuación. En el caso de una línea uniforme, este término se reemplazaría simplemente por la matriz cadena de la línea completa.

En el límite cuando $\Delta z \rightarrow 0$, puede expresarse (3.9) como una convolución en z entre el vector de fuentes distribuidas y la matriz cadena de la línea:

$$\begin{bmatrix} V_{FT}(\ell, s) \\ I_{FT}(\ell, s) \end{bmatrix} = \int_0^\ell \Phi(\ell - z, s) \begin{bmatrix} V_F(z, s) \\ I_F(z, s) \end{bmatrix} dz \quad (3.10)$$

De acuerdo con la ecuación (3.8), la excitación por campos incidentes de la línea puede aproximarse mediante la conexión de las fuentes concentradas $V_{FT}(\ell, s)$ e $I_{FT}(\ell, s)$ en el punto $z = \ell$ de la línea sin excitación, como se muestra en la Fig. 3.3.

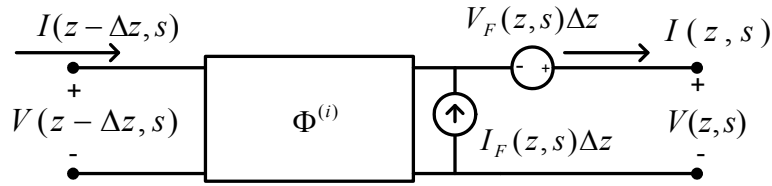


Figura 3.2 Representación de la matriz cadena de un segmento de línea iluminada empleando fuentes distribuidas.

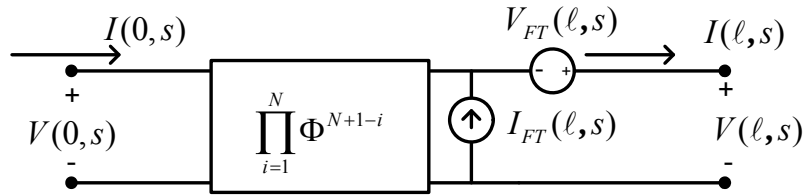


Figura 3.3 Configuración de una línea iluminada utilizando fuentes concentradas.

3.2.2 Modelo de 2 puertos de la línea iluminada

Mediante la manipulación algebraica de (3.8) se obtiene la representación definida en (3.11), la cual describe un modelo de 2 puertos en forma nodal con los campos electromagnéticos incidentes denotados por fuentes de corriente conectadas en ambos extremos de la línea:

$$\begin{bmatrix} I(0,s) \\ I(\ell,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{SS} & -Y_{SR} \\ -Y_{SR} & Y_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(0,s) \\ V(\ell,s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{sc}(0,s) \\ I_{sc}(\ell,s) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

donde:

$$Y_{SS} = -\Phi_{12}^{-1}\Phi_{11} \quad (3.12)$$

$$Y_{SR} = -\Phi_{12}^{-1} = \Phi_{22}\Phi_{12}^{-1}\Phi_{11} - \Phi_{21} \quad (3.13)$$

$$Y_{RR} = \Phi_{22}\Phi_{12}^{-1} \quad (3.14)$$

$$I_{SC}(0,s) = -\Phi_{12}^{-1}V_{FT}(\ell,s) \quad (3.15)$$

$$I_{SC}(\ell,s) = -\Phi_{22}\Phi_{12}^{-1}V_{FT}(\ell,s) + I_{FT}(\ell,s) \quad (3.16)$$

siendo Φ_{11} , Φ_{12} , Φ_{21} y Φ_{22} los elementos que corresponden a la matriz cadena de la línea completa:

$$\left[\prod_{i=1}^N \Phi^{(N+1-i)} \right] = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Las expresiones $I_{sc}(0,s)$ e $I_{sc}(\ell,s)$ definen la fuentes de corriente nodales inyectadas en los extremos de la línea, como se muestra en la Fig. 3.4.

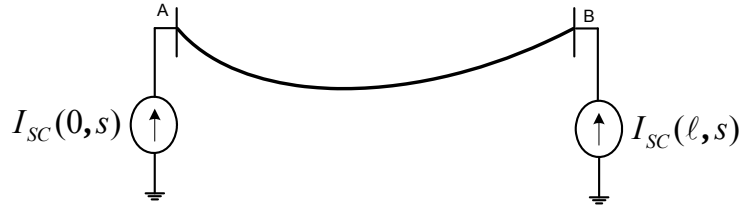


Figura 3.4 Modelo de la línea iluminada mediante fuentes de inyección de corriente en sus extremos.

3.3 Cálculo del campo electromagnético

En la Fig. 3.5 se muestra la representación del campo electromagnético incidente a una línea de transmisión por efecto de una descarga atmosférica cercana. Asumiendo el suelo como un conductor perfecto, Master y Uman definieron las componentes de campo eléctrico y magnético generadas por un diferencial del canal de descarga (considerando el suelo como conductor perfecto), a una altura y y una distancia r de la siguiente forma [44, 45]:

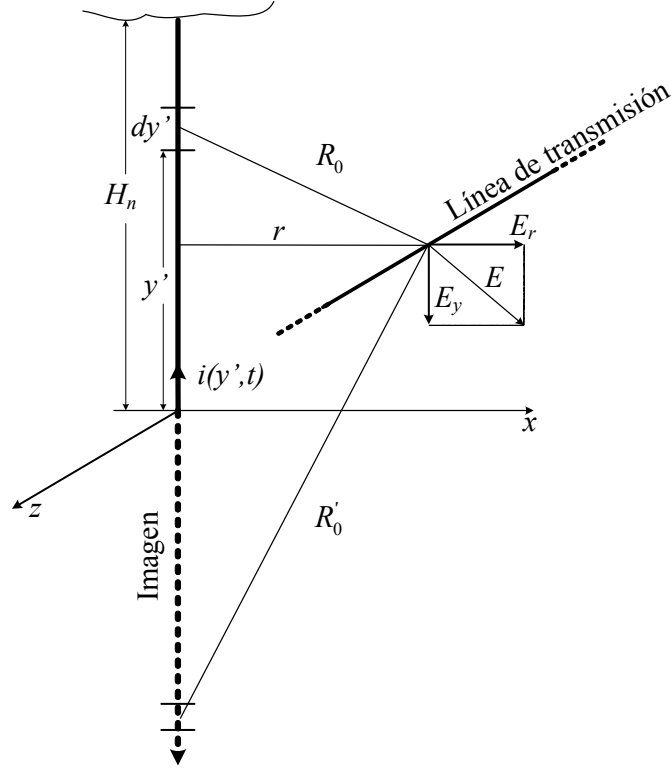


Figura 3.5 Representación del campo electromagnético producido por un canal vertical [44].

$$dE_r(r, y, t) = \frac{dy'}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{3r(y-y')}{R_0^5} \int_0^t i(y', \tau - R_0/c) d\tau + \frac{3r(y-y')}{cR_0^4} i(y', t - R_0/c) + \frac{r(y-y')}{c^2 R_0^3} \frac{\partial i(y', t - R_0/c)}{\partial t} \right] \quad (3.18)$$

$$dE_y(r, y, t) = \frac{dy'}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{2(y-y')-r^2}{R_0^5} \int_0^t i(y', \tau - R_0/c) d\tau + \frac{3(y-y')-r^2}{cR_0^4} i(y', t - R_0/c) - \frac{r^2}{c^2 R_0^3} \frac{\partial i(y', t - R_0/c)}{\partial t} \right] \quad (3.19)$$

$$dB(r, y, t) = \frac{\mu_0 dy'}{4\pi} \left[\frac{r}{R_0^3} i(y', t - R_0/c) + \frac{r}{cR_0^2} \frac{\partial i(y', t - R_0/c)}{\partial t} \right] \quad (3.20)$$

c define la velocidad de la luz en el vacío e $i(y', t)$ representa la corriente del canal de descarga, la cual se propaga hacia la nube (ver Fig. 3.5), y se define por la siguiente ecuación:

$$i(y', t) = \exp(-\alpha y') i(0, t - y' / v) \quad (3.21)$$

donde $i(0, t)$ es la corriente inicial en la base del canal (a nivel del suelo), α es la constante de atenuación de la corriente del canal conforme se propaga en dirección y (hacia la nube) y v es la velocidad de la corriente de retorno. En el dominio de Laplace se tiene:

$$dE_r(r, y, s) = \frac{dy'}{4\pi\epsilon_0} I(y', s) \exp(-R_0 s / c) \left[\frac{3r(y-y')}{R_0^5 s} + \frac{3r(y-y')}{cR_0^4} + \frac{r(y-y')s}{c^2 R_0^3} \right] \quad (3.22)$$

$$dE_y(r, y, s) = \frac{dy'}{4\pi\epsilon_0} I(y', s) \exp(-R_0 s / c) \left[\frac{2(y-y')^2 - r^2}{R_0^5 s} + \frac{2(y-y')^2 - r^2}{cR_0^4} - \frac{r^2 s}{c^2 R_0^3} \right] \quad (3.23)$$

$$dB(r, y, s) = \frac{\mu_0 dy'}{4\pi} I(y', s) \exp(-R_0 s / c) \left[\frac{r}{R_0^3} + \frac{r}{cR_0^2} \right] \quad (3.24)$$

Las componentes de campo totales se obtienen integrando a lo largo del canal de descarga y su imagen:

$$E_r(r, y, s) = \frac{\exp(-R_0 s / c)}{4\pi\epsilon_0} \int_{-H_n}^{H_n} I(y', s) \left[\frac{3r(y-y')}{R_0^5 s} + \frac{3r(y-y')}{cR_0^4} + \frac{r(y-y')s}{c^2 R_0^3} \right] dy' \quad (3.25)$$

$$E_y(r, y, s) = \frac{\exp(-R_0 s / c)}{4\pi\epsilon_0} \int_{-H_n}^{H_n} I(y', s) \left[\frac{2(y-y')^2 - r^2}{R_0^5 s} + \frac{2(y-y')^2 - r^2}{cR_0^4} - \frac{r^2 s}{c^2 R_0^3} \right] dy' \quad (3.26)$$

$$B(r, y, s) = \frac{\mu_0}{4\pi} \exp(-R_0 s / c) \int_{-H_n}^{H_n} I(y', s) \left[\frac{r}{R_0^3} + \frac{r}{cR_0^2} \right] dy' \quad (3.27)$$

donde H_n es la altura de la nube e $I(y', s)$ es la imagen en el dominio de Laplace de la corriente en el canal de descarga, dada por:

$$I(y', s) = \exp(-\alpha y') \exp(-y' s / v) I(0, s) \quad (3.28)$$

Las integrales en las ecuaciones (3.25) a (3.27) se evalúan mediante un algoritmo de integración numérica (regla trapezoidal).

Sin embargo, hasta ahora se ha considerado al suelo como un conductor perfecto. Para considerar que en realidad el suelo tiene conductividad finita, se emplea la expresión de Cooray-Rubinstein [46]:

$$\tilde{E}_r(r, y, s) = E_r(r, y, s) - \frac{cB(r, 0, s)}{\sqrt{1 + \frac{1}{\epsilon_0 \rho_t}}} \quad (3.28)$$

donde $\tilde{E}_r(r, y, s)$ representa la componente horizontal del campo eléctrico corregido por efecto de la resistividad del terreno, definida en (3.28) como ρ_t , mientras que $B(r, 0, s)$ representa el campo magnético a nivel del terreno para suelo conductor perfecto. El campo eléctrico vertical se corrige de manera similar.

La forma de onda empleada para representar la corriente en la base del canal de descarga, $i(0, t)$, es una superposición de 2 funciones tipo Heidler, la cual ha demostrado muy buena aproximación con respecto a mediciones de campo [44]. En la Fig. 3.6 se presenta su forma de onda para los parámetros dados en la Tabla 3.1. La función definida por Heidler está dada por [47]:

$$i_H(0, t) = \frac{I_b \left(\frac{t}{\tau_1} \right)^n}{\eta + \eta \left(\frac{t}{\tau_1} \right)^n} \exp \left(\frac{-t}{\tau_2} \right) \quad (3.29)$$

donde:

$$\eta = \exp \left[- \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right) \left(\frac{n \tau_2}{\tau_1} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] \quad (3.30)$$

I_b es la amplitud de la corriente en la base del canal, τ_1 es la constante de tiempo de frente de onda, τ_2 es la constante de tiempo de cola de la onda, η es el factor de corrección de la amplitud y n es un exponente del orden 2 al 10.

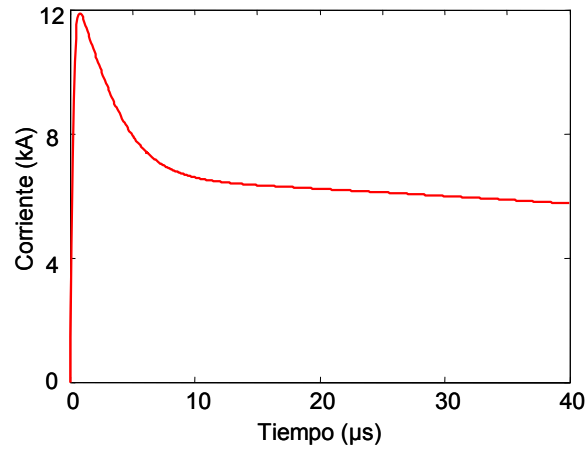


Figura 3.6 Forma de onda de la corriente en la base del canal.

Tabla 3.1 Parámetros de la forma de onda en la base del canal.

	Heidler 1	Heidler 2
I_b (kA)	10.70	6.5
τ_1 (μs)	0.25	2.1
τ_2 (μs)	2.50	230.0
n	2.0	2.0

3.4 Modelo desarrollado en el ATP/EMTP de la línea iluminada

La validación de la técnica que se presenta para el análisis de la línea iluminada se realizó por medio de un modelo implementado en el programa de simulación en el dominio del tiempo ATP/EMTP, el cual se muestra en la Fig. 3.7. La manera en la que se desarrolló el modelo fue dividiendo la línea en un número determinado de segmentos y variando la altura de cada uno para el caso de línea no uniforme. Las fuentes distribuidas se incluyen como se muestra en la Fig. 3.7. Sin embargo, y a diferencia del modelo en el dominio de la frecuencia descrito previamente, una vez implementado este modelo, es necesario rearmar todo el circuito para poder analizar otro caso de estudio con parámetros de línea y de campos electromagnéticos diferentes. Además, sólo es posible utilizar el modelo si las fuentes distribuidas que representan a los campos electromagnéticos están definidas por una función analítica conocida.

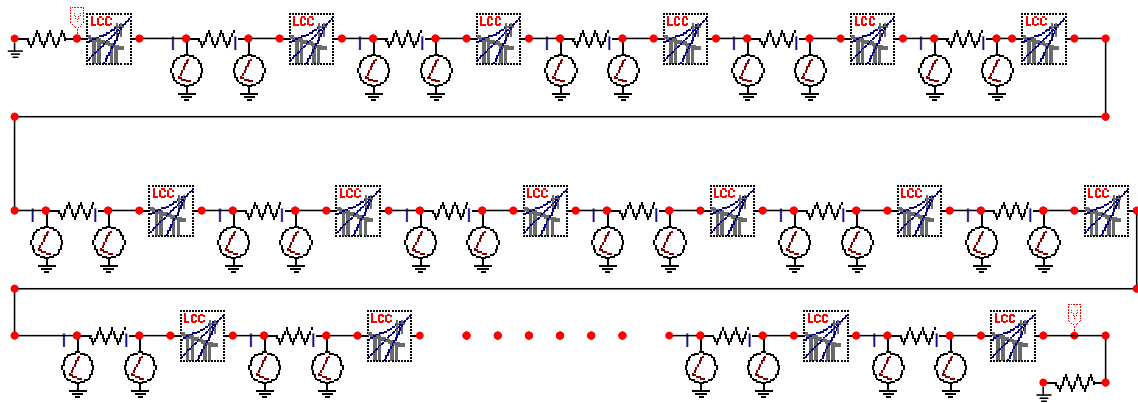


Figura 3.7 Circuito desarrollado en el ATP/EMTP de la línea luminada.

3.5 Aplicaciones

En esta sección se muestra el comportamiento de las tensiones transitorias debidas a la inclusión de campos incidentes en 2 configuraciones de línea diferentes. El objetivo de los 2 primeros ejemplos es mostrar la diferencia del comportamiento de las tensiones transitorias presentes al considerar la no uniformidad de los parámetros eléctricos de la línea, con los campos incidentes distribuidos uniformemente y definidos a partir de una función dada (doble rampa lineal), además de su validación con el modelo implementado en el programa de simulación ATP/EMTP. El objetivo de los siguientes ejemplos es cuantificar y conocer el comportamiento de las tensiones transitorias y el campo electromagnético que se presentan en una línea de distribución considerando la inclusión de un campo no uniforme generado a partir de una descarga atmosférica cercana. Dicho campo se calcula a partir de la técnica descrita en la sección 3.3. Se considera también que la descarga incide en diferentes puntos cercanos a la línea.

El modelo obtenido puede aplicarse en general a cualquier tipo de línea mediante la modificación de los datos respectivos para cada caso. Para los ejemplos de esta sección se consideran datos correspondientes a líneas de distribución.

3.5.1 Comportamiento de la línea iluminada con campos electromagnéticos incidentes definidos a partir de una función dada (doble rampa lineal)

Como ejemplo de aplicación se analizaron las tensiones transitorias originadas por una onda plana uniforme propagándose en la dirección $-y$ para 2 configuraciones de línea: uniforme y no uniforme. Para ambos casos se consideró una línea de distribución monofásica con los datos mostrados en la Tabla 3.2. Los campos electromagnéticos que inciden sobre la línea se definen de acuerdo con las ecuaciones (3.2) y (3.3). Sin embargo, debido a la dirección de la propagación, $E_y = 0$ y por lo tanto $I_F(z,s) = 0$. Por otro lado, $V_F(z,s)$ se define como:

$$V_F(z,s) = hF(s) \quad (3.31)$$

donde h es la altura de la línea y $F(s)$ se representa por una forma de onda del tipo doble rampa lineal, con una magnitud de 1 V/m, tiempo de frente de onda y de valor medio de la cola de la onda de 0.1 μ s y 0.9 μ s respectivamente. Se conectaron resistencias de 523 Ω en ambos extremos y se consideró una altura de 10 m para el caso de la línea uniforme. Aunque la magnitud y forma de onda de la fuente distribuida $V_F(z,s)$ considerada para este ejemplo no representan el comportamiento real de una descarga indirecta, su objetivo fundamental es probar el funcionamiento del modelo de forma teórica.

En la Fig. 3.8 se muestra la sobretensión transitoria que se presenta en ambos extremos de la línea. Al igual que en el capítulo anterior, las formas de onda en el dominio del tiempo se obtienen aplicando la transformada numérica de Laplace (TNL).

La configuración de la línea no uniforme es la mostrada en la Fig. 3.9. En este caso la tensión definida en (3.31) es función de z debido a las variaciones en la altura. En la Fig. 3.10 se muestra la sobretensión transitoria que se presenta en ambos extremos de la línea. Los resultados fueron comparados con el programa de simulación ATP/EMTP. Para ambos casos se dividió la línea en 20 segmentos, ya que se observó que un mayor número de segmentos prácticamente no origina cambios en la precisión para este ejemplo.

Tabla 3.2 Datos de la línea de distribución.

Radio del conductor	0.0075 m
Longitud de la línea	100 m
Permeabilidad del terreno	1.2566×10^{-6} H/m
Permeabilidad del conductor	1.2566×10^{-6} H/m
Resistividad del suelo	100 Ω -m
Resistividad del conductor	2.71×10^{-8} Ω -m

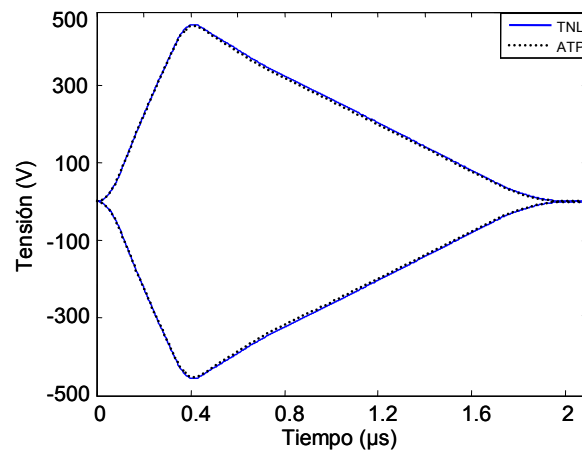


Figura 3.8 Tensión transitoria presente en ambos extremos de la línea.

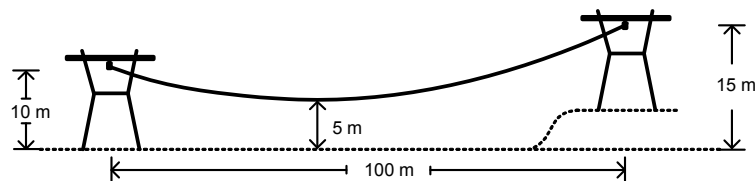


Figura 3.9 Configuración de línea monofásica no uniforme.

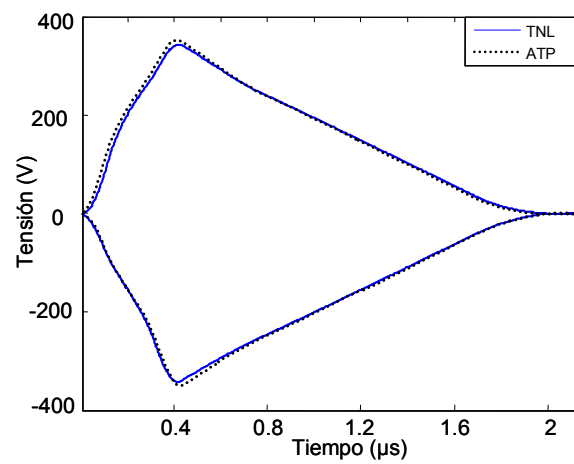


Figura 3.10 Tensión transitoria presente en ambos extremos de la línea no uniforme.

3.5.2 Comportamiento de la línea iluminada con campos electromagnéticos definidos a partir del método de Master y Uman.

En los ejemplos de esta sección se analizaron las tensiones transitorias de una línea monofásica uniforme con los datos mostrados en la Tabla 3.3. La línea está terminada en ambos extremos en una carga equivalente a la impedancia característica de la línea para evitar reflexiones, de tal forma que los resultados se relacionen únicamente con los efectos de la descarga indirecta. Las componentes del campo eléctrico y magnético se calculan por medio de las ecuaciones (3.25), (3.26) y (3.27) definidas en la sección 3.3; a partir de estas componentes se obtienen las fuentes de tensión y de corriente que se definen de acuerdo con las ecuaciones (3.2) y (3.3).

Tabla 3.3 Datos de la segunda línea de distribución.

Radio del conductor	0.0075 m
Longitud de la línea	500 m
Altura de la línea	7 m
Permeabilidad del terreno	$1.2566 \times 10^{-6} \text{ H/m}$
Permeabilidad del conductor	$1.2566 \times 10^{-6} \text{ H/m}$
Resistividad del suelo	$100 \text{ } \Omega\text{-m}$
Resistividad del conductor	$3.21 \times 10^{-8} \text{ } \Omega\text{-m}$

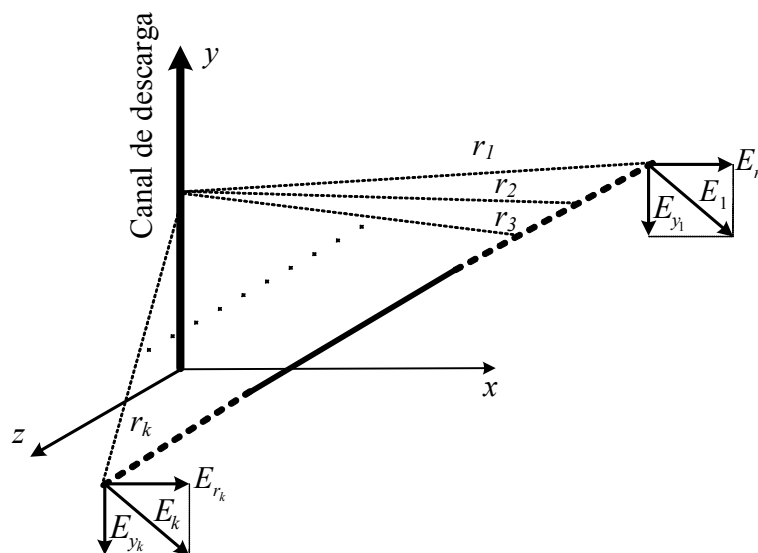


Figura 3.11 Representación del campo electromagnético incidente sobre la línea.

Para este ejemplo se consideró que los campos electromagnéticos varían en la dirección de z por lo que su distribución es no uniforme, como se ilustra en la Fig. 3.11. Dichos campos se calculan en función de la variación de la distancia r a lo largo de la línea, lo

cual es mucho más aproximado al comportamiento real del fenómeno que la consideración de campos uniformes realizada en el ejemplo anterior.

En la Fig. 3.11, $r_1, \dots, r_i \dots, r_k$ representan las distancias del canal de descarga entre los extremos de la línea. Se presentan tres casos de análisis, los cuales se describen a continuación.

Caso A. Se considera que la descarga impacta el suelo a 50 m del extremo izquierdo en el eje z , como se muestra en la Fig. 3.12, mientras que la distancia en el eje x , denotada como x_p , toma los valores de 30, 50, 100 y 500 m. P representa entonces las coordenadas de la descarga atmosférica. Para este caso se presentan las componentes del campo electromagnético no uniforme relativas a $x_p = 30$ m.

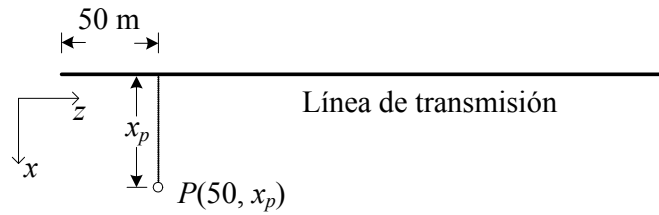


Figura 3.12 Distancia más corta entre la línea y el canal de descarga para el caso A.

Caso B. Se considera que la descarga impacta el suelo a 250 m del extremo izquierdo en el eje z (a la mitad de la línea), como se muestra en la Fig. 3.13, mientras que la distancia en el eje x , denotada como x_p , toma nuevamente valores de 30, 50, 100 y 500 m.

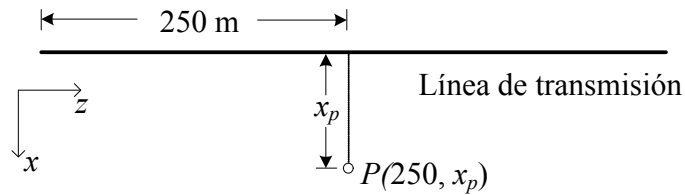


Figura 3.13 Distancia más corta entre la línea y el canal de descarga para el caso B.

Caso C. Se considera que la descarga impacta el suelo a 450 m del extremo izquierdo en el eje z , como se muestra en la Fig. 3.14. Se consideran los mismos valores de x_p de los casos anteriores.

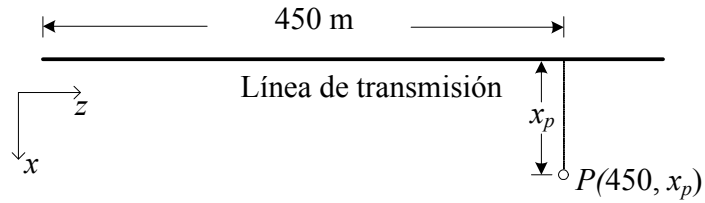


Figura 3.14 Distancia más corta entre la línea y el canal de descarga para el caso C.

Resultados caso A

En las Fig. 3.15 y 3.16 se muestran las 12 componentes mayores del campo eléctrico para una distancia de 30 m entre el canal y el punto de impacto más cercano a la línea, mientras que en la Fig. 3.17 se muestran las del campo magnético. Se observa la variación de los campos en función de la distancia que hay entre el canal y los diferentes puntos a lo largo de la línea. Las componentes presentadas en las Figs. 3.15 a 3.17 corresponden a los 12 segmentos más cercanos al punto de incidencia, mostrando amplitudes cada vez menores conforme se alejan de dicho punto.

En las Figs. 3.18 y 3.19 se observan las componentes de mayor magnitud del campo eléctrico vertical y horizontal, respectivamente, para diferentes valores de x_p entre el canal de descarga y el punto más cercano a la línea, mientras que en la Fig. 3.20 se muestran las componentes de mayor magnitud del campo magnético.

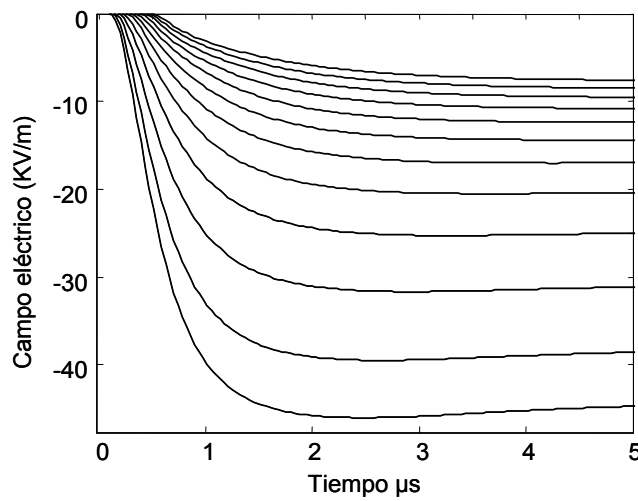


Figura 3.15 Componentes mayores (12) del campo eléctrico vertical para el caso A, con $x_p = 30\text{m}$.

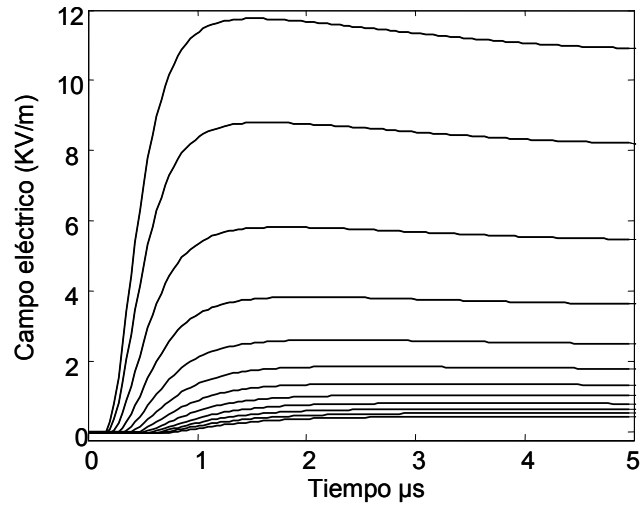


Figura 3.16 Componentes mayores (12) del campo eléctrico horizontal para el caso A, con $x_p = 30\text{m}$.

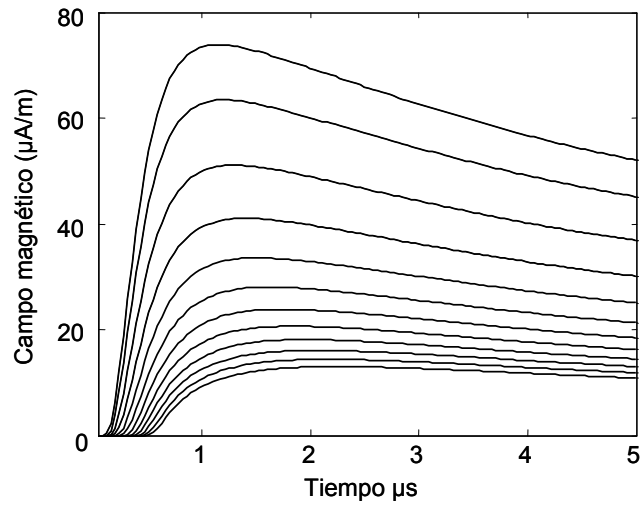


Figura 3.17 Componentes mayores (12) del campo magnético para el caso A, con $x_p = 30\text{m}$.

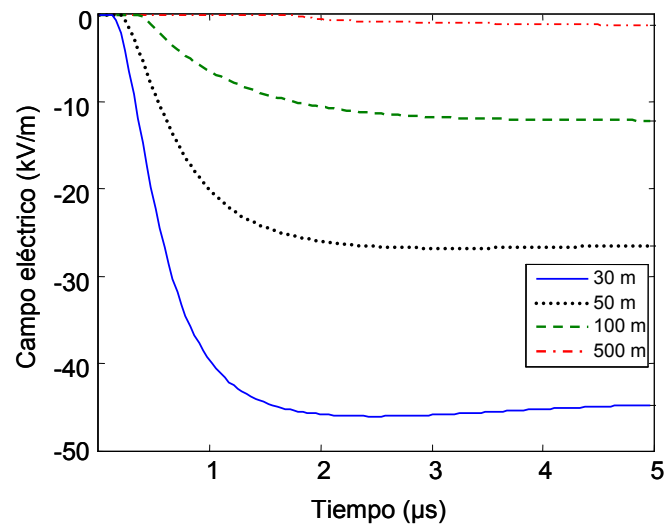


Figura 3.18 Componentes mayores de campo eléctrico vertical para el caso A, ante la variación de x_p .

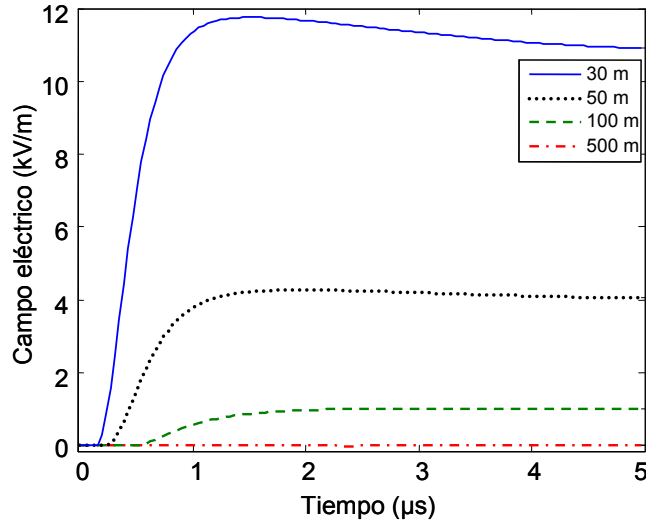


Figura 3.19 Componentes mayores de campo eléctrico horizontal para el caso A, ante la variación de x_p .

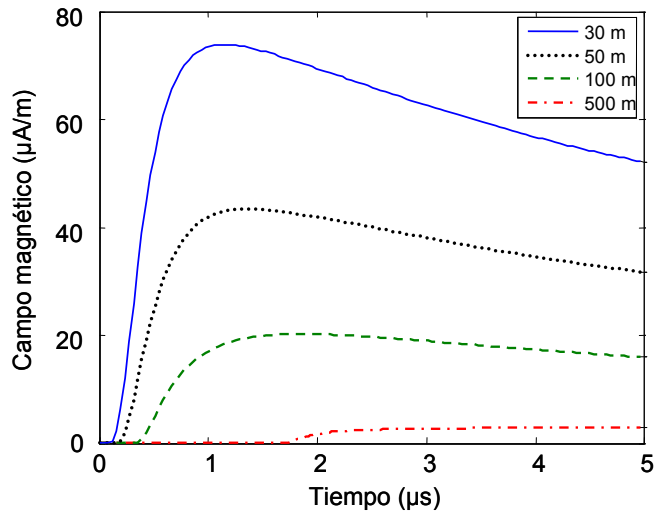


Figura 3.20 Componentes mayores de campo magnético para el caso A, ante la variación de x_p .

En las Figs. 3.21 y 3.22 se observan las tensiones transitorias que se presentan en los extremos izquierdo y derecho de la línea respectivamente, debido al efecto producido por la inclusión de campos electromagnéticos no uniformes para el caso A, ante la variación de x_p . Pueden observarse en este caso mayores amplitudes y menores retardos de tiempo en el extremo izquierdo, debido a que la descarga está siempre más cercana a dicho nodo.

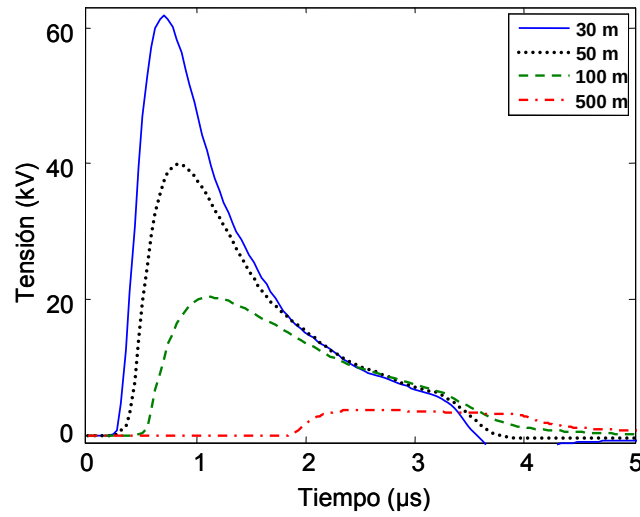


Figura 3.21 Tensiones transitorias presentes en el extremo izquierdo de la línea para el caso A.

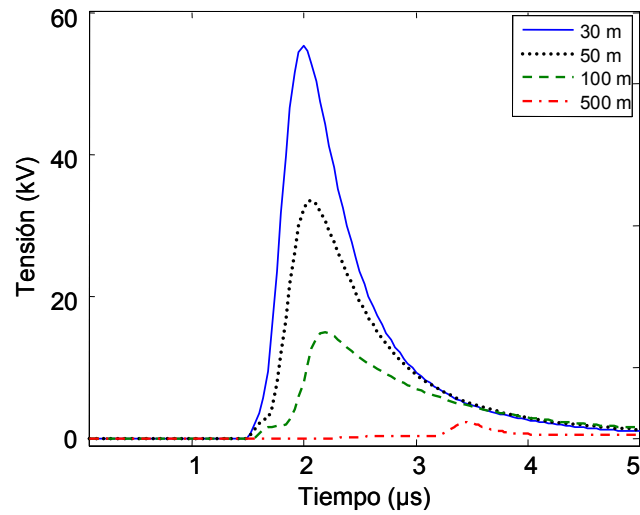


Figura 3.22 Tensiones transitorias presentes en el extremo derecho de la línea para el caso A.

Resultados caso B

En las Figs. 3.23 y 3.24 se muestran las componentes de mayor magnitud del campo eléctrico vertical y horizontal, respectivamente, para diferentes valores de x_p entre el canal de descarga y el punto más cercano a la línea, mientras que en la Fig. 3.25 se muestran las componentes de mayor magnitud del campo magnético.

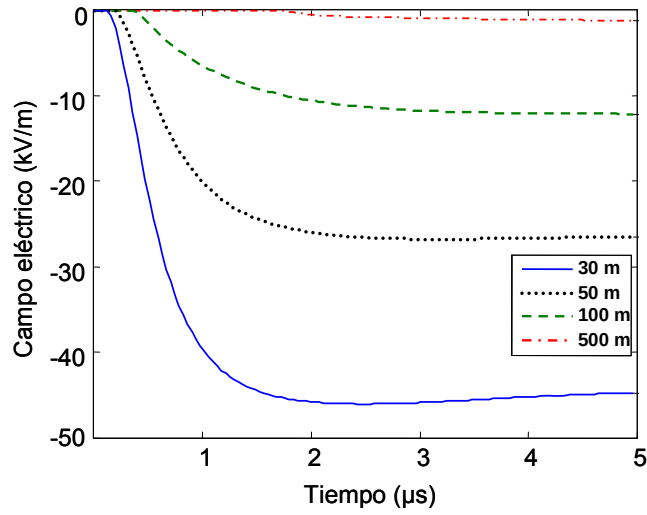


Figura 3.23 Componentes mayores de campo eléctrico vertical para el caso B, ante la variación de x_p .

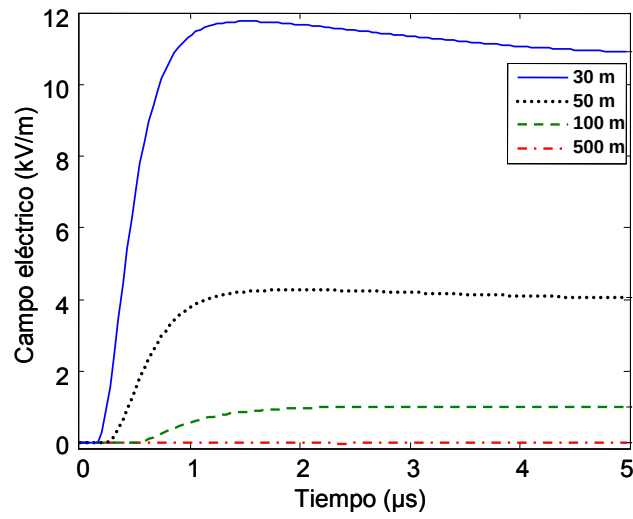


Figura 3.24 Componentes mayores de campo eléctrico horizontal para el caso B, ante la variación de x_p .

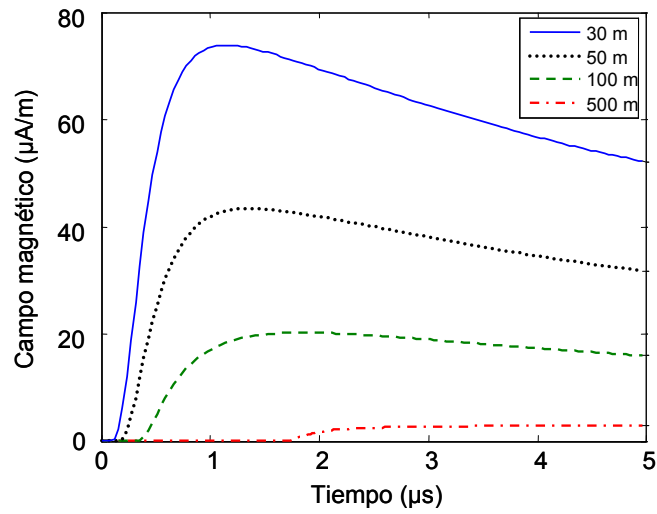


Figura 3.25 Componentes mayores de campo magnético para el caso B, ante la variación de x_p .

En las Figs. 3.26 y 3.27 se muestran las tensiones transitorias que se presentan en los extremos izquierdo y derecho de la línea respectivamente, debido al efecto producido por la inclusión de campos electromagnéticos no uniformes. Puede observarse en estos casos que los resultados en ambos extremos son idénticos para todos los valores de x_p considerados. Esto se debe simplemente a que la descarga impacta justo a la mitad de la línea y, al tener impedancias iguales conectadas en ambos nodos, el comportamiento hacia los dos lados es también idéntico.

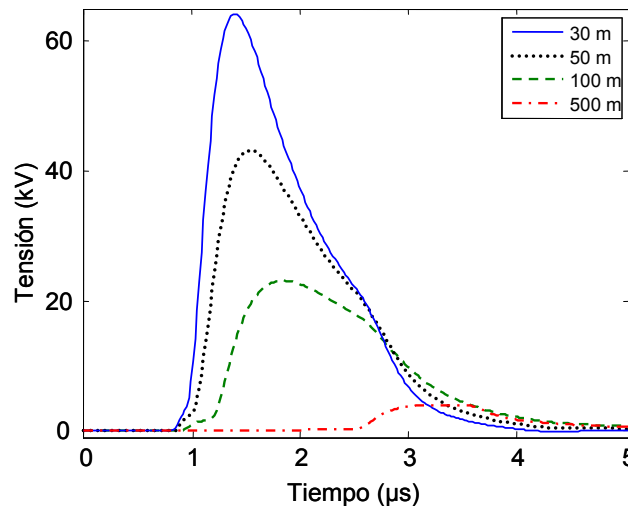


Figura 3.26 Tensiones transitorias presentes en el extremo izquierdo de la línea para el caso B.

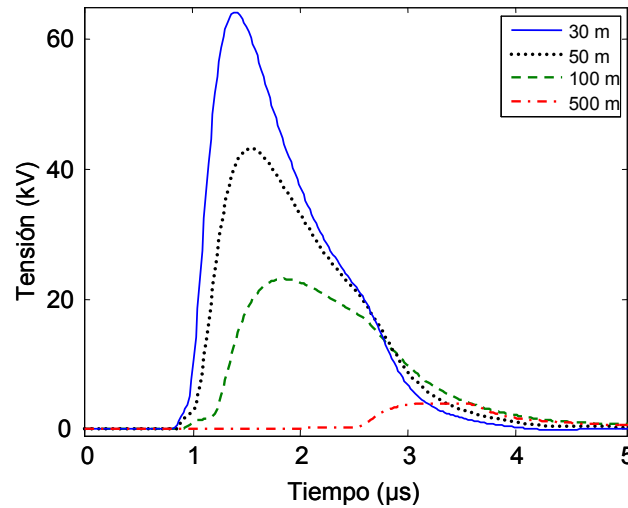


Figura 3.27 Tensiones transitorias presentes en el extremo derecho de la línea para el caso B.

Resultados caso C

En las Figs. 3.28 y 3.29 se muestran las componentes de mayor magnitud del campo eléctrico vertical y horizontal, respectivamente, para diferentes valores de x_p entre el

canal de descarga y el punto más cercano a la línea, mientras que en la Fig. 3.30 se muestran las componentes de mayor magnitud del campo magnético.

En la Fig. 3.31 y 3.32 se muestran las tensiones transitorias presentes en los extremos de la línea. En este caso las mayores magnitudes y menores retardos de tiempo para todos los valores de x_p se obtienen en el extremo derecho de la línea, siendo éste el más cercano a la descarga indirecta.

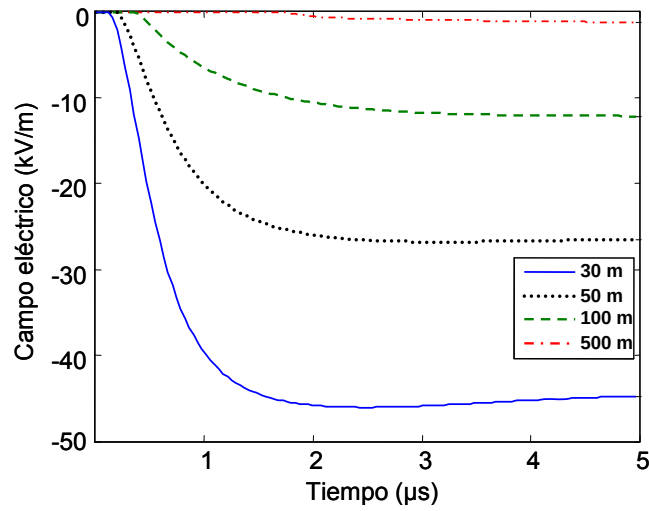


Figura 3.28 Componentes mayores de campo eléctrico vertical para el caso C, ante la variación de x_p .

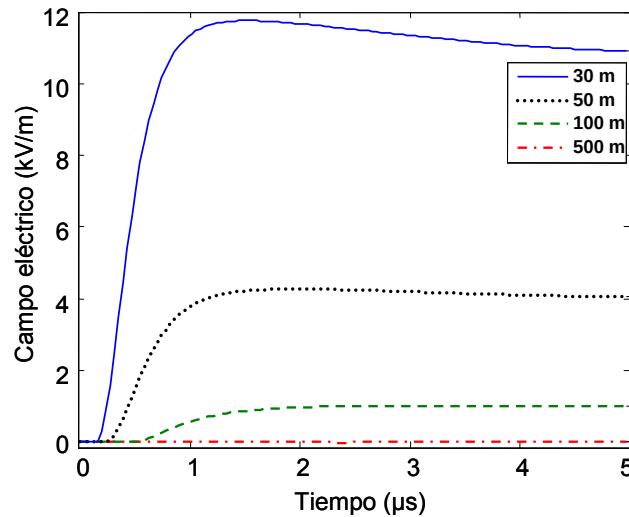


Figura 3.29 Componentes mayores de campo eléctrico horizontal para el caso C, ante la variación de x_p .

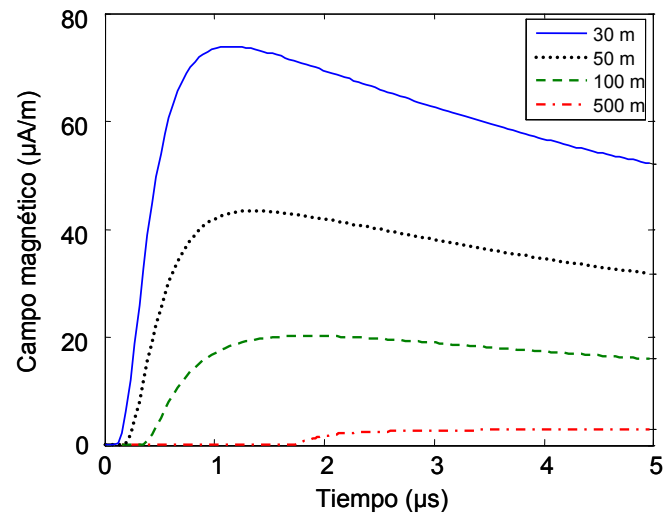


Figura 3.30 Componentes mayores de campo magnético para el caso B, ante la variación de x_p .

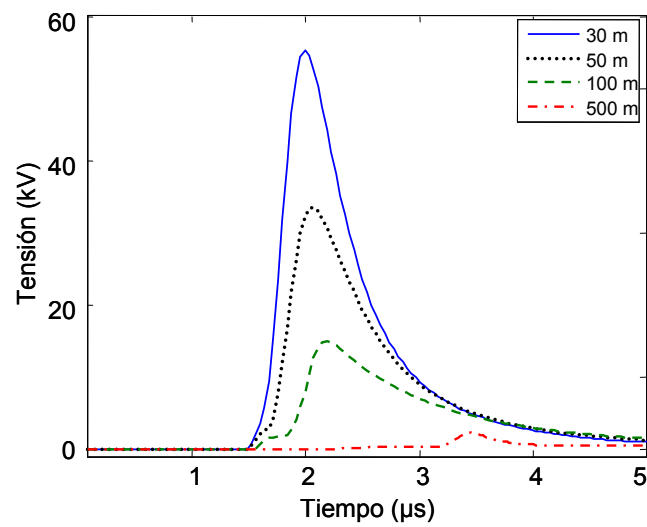


Figura 3.31 Tensiones transitorias presentes en el extremo izquierdo de la línea para el caso C.

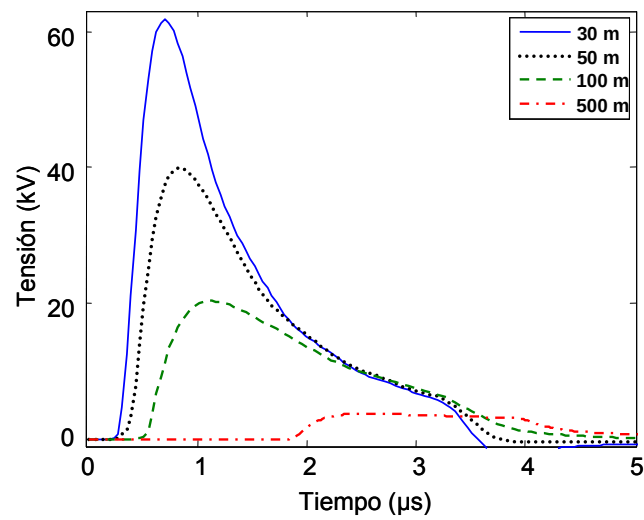


Figura 3.32 Tensiones transitorias presentes en el extremo derecho de la línea para el caso C.

La Tabla 3.4 presenta un resumen de los resultados obtenidos para los 3 casos. Se muestran los valores máximos de tensión presentes en los extremos izquierdo y derecho de la línea iluminada.

Tabla 3.4 Magnitud de la máxima tensión presente en los tres casos.

Distancia en el eje z (m)	Distancia en el eje x (m)	Tensión máxima, extremo izquierdo (kV)	Tensión máxima, extremo derecho (kV)
50 (Caso A)	30	61.703	55.324
	50	39.940	33.584
	100	20.378	15.001
	500	3.794	2.2215
250 (Caso B)	30	64.110	64.110
	50	43.277	43.277
	100	23.134	23.134
	500	3.962	3.962
450 (Caso C)	30	55.324	61.703
	50	33.584	39.940
	100	15.001	20.378
	500	2.221	3.794

3.6 Conclusiones

En esta sección se describió e implementó un modelo de la línea monofásica uniforme y no uniforme en el dominio de la frecuencia que permite la inclusión de campos incidentes por medio de fuentes concentradas de corriente en los extremos de la línea. Se presentó también una técnica para el cálculo de los campos electromagnéticos que se generan a partir de una descarga atmosférica indirecta.

Las comparaciones se hicieron con el programa de simulación ATP/EMTP. Sin embargo, este programa no cuenta con un modelo que permita analizar este fenómeno directamente, debido a lo cual fue necesaria su implementación, la cual requiere de la división de la línea en un número de segmentos, colocando las fuentes distribuidas entre cada uno de ellos, con la principal desventaja de que para el análisis de diferentes configuraciones de línea iluminada se requiere rehacer completamente el caso y además no cuenta con modelos que permitan el cálculo de campos electromagnéticos. El

programa en el dominio de la frecuencia no presenta estas desventajas, pudiéndose considerar distintos casos de simulación simplemente modificando el archivo de datos.

Como se mostró en la sección 3.5.1, las tensiones presentes en una línea uniforme y no uniforme iluminada varían considerablemente en cuanto a su magnitud y forma de onda, por lo que es importante considerar la no uniformidad. Para el ejemplo presentado, el despreciar la no uniformidad de la línea provocaría una sobreestimación de las magnitudes de tensión calculadas. También es importante considerar que las fuentes que representan los campos electromagnéticos no son uniformes, es decir, varían a lo largo de la línea.

En cuanto a los ejemplos mostrados en la sección 3.5.2, es interesante observar en la Tabla 3.4 que las magnitudes mayores de tensión en ambos extremos de la línea se presentaron siempre para el caso B (descarga a la mitad de la línea). Podría predecirse que los casos A y C, al tratarse de descargas más cercanas a los extremos izquierdo y derecho provocarían mayores magnitudes de tensión en los extremos respectivos. Sin embargo, el fenómeno de la descarga indirecta es más complejo e impredecible que la descarga directa. Pruebas experimentales realizadas previamente han mostrado que, en ocasiones, un transformador de distribución conectado en un extremo remoto de una línea expuesta a una descarga indirecta puede llegar a dañarse mientras que uno más cercano no se ve afectado [48]. En relación con lo anterior, en el Capítulo 5 se estudiará el efecto de descargas directas e indirectas y su transferencia al lado de baja tensión a través del transformador.

CAPITULO 4 Modelado del Transformador para altas frecuencias

4.1 Introducción

El transformador opera de acuerdo al principio de inducción electromagnética transfiriendo energía eléctrica entre dos o más circuitos acoplados inductivamente. Este dispositivo puede ser denominado elevador o reductor dependiendo el uso que se le de en el sistema eléctrico y debido a que no tiene partes móviles como otras maquinas eléctricas es más eficiente y presenta un mayor rendimiento [49- 51].

El aislamiento es una parte muy importante en el diseño de los transformadores, ya que sirve para aislar sus devanados y las partes vivas del circuito ayudando a disipar el calor que se genera dentro del tanque. El aislamiento debe tener la calidad suficiente para soportar entre otras cosas las sobretensiones transitorias presentes en los sistemas eléctricos, los cuales se originan principalmente por operaciones de maniobra, ocurrencia y liberación de fallas o descargas atmosféricas [1].

El análisis de la respuesta transitoria en transformadores ha sido un tópico de interés e importancia en el área de ingeniería eléctrica. Este tipo de estudios provee información fundamental sobre el esfuerzo al que puede ser sometido el transformador debido a sobretensiones transitorias, y sus resultados son cruciales tanto para el diseño como para la operación eficiente del transformador [27, 28, 34, 36, 52-56]. Para el análisis de transitorios de altas frecuencias, generados tanto por descargas atmosféricas como por maniobras o fallas, se emplean modelos denominados internos, los cuales describen principalmente la distribución del potencial y la propagación en el devanado en el cual ocurre el fenómeno transitorio. Para ello, se emplean tanto representaciones de parámetros concentrados como de parámetros distribuidos.

En cuanto al modelado de parámetros distribuidos, la teoría de la línea de transmisión multiconductora en el dominio de la frecuencia se ha utilizado extensivamente para analizar las sobretensiones transitorias en los devanados del transformador [36, 52, 27,

28, 34, 53, 54, 55]. Por ejemplo, uno de los modelos basados en esta teoría describe el devanado completo del transformador mediante un modelo de parámetros distribuidos de línea monofásica, y para el análisis a detalle del fenómeno utiliza un modelo de la línea multiconductora en las primeras vueltas [27]. Otro de los modelos considera cada disco como un elemento básico de análisis y cada bobina se considera como una fase de la línea; la conexión se hace del extremo final de la bobina (fase) con el extremo inicial de la otra bobina (fase). Para la solución se utiliza el análisis modal y algoritmos para la transformación numérica del dominio de la frecuencia al tiempo [55].

Existen también técnicas en el dominio del tiempo que utilizan la teoría de la línea multiconductora para el modelado de devanados ante transitorios electromagnéticos. Uno de estos modelos consiste en la solución de las ecuaciones del telegrafista que definen la propagación en el devanado en el dominio del tiempo por medio del método de características, el cual permite transformar las ecuaciones diferenciales parciales en ecuaciones diferenciales ordinarias y resolverlas mediante diferencias finitas [56].

En este capítulo se presenta un modelo del transformador para altas frecuencias. La naturaleza distribuida de los parámetros eléctricos del transformador se describe a partir de las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia, comúnmente empleadas en el análisis de la línea de transmisión. A diferencia de los modelos usados generalmente, este modelo considera también la transferencia de sobretensiones transitorias al lado secundario. A partir de estas ecuaciones se obtiene un modelo de 2 puertos (nodal o matriz de admitancias) del transformador.

Se incluyen ejemplos de aplicación en los cuales se analiza la distribución de sobretensiones transitorias a lo largo de los devanados primario y secundario además de la transferencia entre devanados de un transformador de distribución. Para obtener la solución en el dominio del tiempo se emplea la transformada numérica de Laplace (TNL) [55, 57] Los resultados obtenidos con el modelo presentado en este trabajo se comparan con un modelo implementado en el programa de simulación ATP/EMTP.

4.2 Modelado de la línea de transmisión multiconductora

En esta sección se describe la teoría fundamental de la línea de transmisión multiconductora en el dominio de la frecuencia, base del modelo del transformador desarrollado.

4.2.1 Solución de las ecuaciones del telegrafista

Expandiendo las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia al caso multiconductor se tiene:

$$-\frac{d\mathbf{V}(z,s)}{dz} = \mathbf{Z}\mathbf{I}(z,s) \quad (4.1a)$$

$$-\frac{d\mathbf{I}(z,s)}{dz} = \mathbf{Y}\mathbf{V}(z,s) \quad (4.1b)$$

donde $\mathbf{V}(z,s)$ e $\mathbf{I}(z,s)$ son los vectores de tensiones y corrientes en el dominio de Laplace en el punto z del devanado, mientras que $\mathbf{Z}$ y $\mathbf{Y}$ son las matrices de impedancias y admitancias. Combinando (4.1a) y (4.1b):

$$\frac{d^2\mathbf{V}(z,s)}{dz^2} = \mathbf{Z}\mathbf{Y}\mathbf{V}(z,s) \quad (4.2a)$$

$$\frac{d^2\mathbf{I}(z,s)}{dz^2} = \mathbf{Y}\mathbf{Z}\mathbf{I}(z,s) \quad (4.2b)$$

Las ecuaciones (4.2) representan un sistema de n ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden desacopladas. Para una línea no ideal:

$$\mathbf{Z}\mathbf{Y} \neq \mathbf{Y}\mathbf{Z} \quad (4.3)$$

Sin embargo, si $\mathbf{Z}$ y $\mathbf{Y}$ son simétricas se cumple la siguiente identidad matricial:

$$[\mathbf{Z}\mathbf{Y}]^t = \mathbf{Y}^t\mathbf{Z}^t = \mathbf{Y}\mathbf{Z} \quad (4.4)$$

Entonces, podemos definir las ecuaciones (4.2) como:

$$\frac{d^2\mathbf{V}(z,s)}{dz^2} = \mathbf{A}\mathbf{V}(z,s) \quad (4.5a)$$

$$\frac{d^2 \mathbf{I}(z,s)}{dz^2} = \mathbf{A}^t \mathbf{I}(z,s) \quad (4.5b)$$

donde:

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}\mathbf{Y} \quad (4.6a)$$

$$\mathbf{A}^t = \mathbf{Y}\mathbf{Z} \quad (4.6b)$$

Si $\mathbf{A}$ es una matriz diagonalizable puede definirse como:

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}\boldsymbol{\lambda}\mathbf{M}^{-1} \quad (4.7)$$

donde $\mathbf{M}$ es la matriz de vectores propios y $\boldsymbol{\lambda}$ es la matriz de valores propios, sustituyendo (4.7) en (4.5a) se tiene:

$$\frac{d^2 \mathbf{V}(z,s)}{dz^2} = \mathbf{M}\boldsymbol{\lambda}\mathbf{M}^{-1} \mathbf{V}(z,s) \quad (4.8)$$

Premultiplicando (4.8) por $\mathbf{M}^{-1}$ se obtiene la siguiente ecuación en forma modal:

$$\frac{d^2 \mathbf{V}_m}{dz^2} = \boldsymbol{\lambda} \mathbf{V}_m \quad (4.9)$$

donde:

$$\mathbf{V}_m = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{V} \quad (4.10)$$

$\mathbf{V}_m$ es la tensión en el dominio modal y $\mathbf{V}$ es la tensión en el dominio de fases. De la ecuación (4.9) se tiene para el i -ésimo modo:

$$\frac{d^2 V_{mi}}{dz^2} = \lambda V_{mi} \quad (4.11)$$

donde V_{mi} es la tensión del i -ésimo modo. La forma de solución de cada modo es igual al caso monofásico y está definida como:

$$V_{mi} = C_{1m_i} e^{-\gamma_i z} + C_{2m_i} e^{\gamma_i z} \quad (4.12)$$

donde:

$$\gamma_i = \sqrt{\lambda_i} = \alpha_i + j\beta_i \quad (4.13)$$

γ_i es la constante de propagación, α_i y β_i son las constantes de atenuación y de fase del i -ésimo modo respectivamente, mientras que C_{1m_i} y C_{2m_i} son las constantes de integración del i -ésimo modo. La forma general para los n modos es la siguiente:

$$\mathbf{V}_m = \mathbf{C}_{1m} e^{-\Gamma z} + \mathbf{C}_{2m} e^{\Gamma z} \quad (4.14)$$

donde:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \gamma_n \end{bmatrix} = \sqrt{\boldsymbol{\lambda}} \quad (4.15)$$

y además

$$\mathbf{C}_{1m} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_1 \quad \mathbf{C}_{2m} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_2 \quad (4.16a,b)$$

$\mathbf{\Gamma}$ es la matriz de las constantes de propagación, $\mathbf{C}_{1m}$ y $\mathbf{C}_{2m}$ son las matrices de las constantes de integración en el dominio modal, $\mathbf{C}_1$ y $\mathbf{C}_2$ son las matrices de las constantes de integración en el dominio de fases. Para la tensión en el dominio de fases se parte de (4.10) y (4.16), sustituyéndolas en (4.14) y premultiplicando el resultado por $\mathbf{M}$:

$$\mathbf{V} = \mathbf{C}_1 \mathbf{M} e^{-\Gamma z} \mathbf{M}^{-1} + \mathbf{C}_2 \mathbf{M} e^{\Gamma z} \mathbf{M}^{-1} \quad (4.16)$$

La ecuación (4.16) puede reescribirse en forma compacta considerando el siguiente teorema: “Si $f(\cdot)$ es una función analítica y $\mathbf{A}$ es una matriz diagonalizable tal que $\mathbf{A} = \mathbf{M} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{M}^{-1}$ con $\boldsymbol{\lambda}$ diagonalizable, entonces:

$$f(\mathbf{M} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{M}^{-1}) = f(\mathbf{A}) = \mathbf{M} f(\boldsymbol{\lambda}) \mathbf{M}^{-1} \quad (4.17)$$

Empleando (4.17) en (4.16) se tiene:

$$\mathbf{V} = \mathbf{C}_1 e^{-\Psi z} + \mathbf{C}_2 e^{\Psi z} \quad (4.18)$$

donde:

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{M} \mathbf{\Gamma} \mathbf{M}^{-1} \quad (4.19)$$

$\boldsymbol{\Psi}$ es la matriz de propagación de tensiones. La solución de corrientes para una línea multiconductora se obtiene despejando $\mathbf{I}$ de (4.1) y sustituyendo (4.18):

$$\mathbf{I} = -\mathbf{Y}_0 (\mathbf{C}_1 e^{-\Psi z} - \mathbf{C}_2 e^{\Psi z}) \quad (4.20)$$

donde:

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{Z}^{-1} \Psi \quad (4.21)$$

Las ecuaciones (4.18) y (4.20) son las soluciones de tensiones y corrientes en el dominio de fases, respectivamente, y $\mathbf{Y}_0$ es la matriz de admitancia característica.

4.2.2 Obtención del Modelo de Dos Puertos

Al igual que para el caso monofásico, la matriz de transferencia se obtiene de la aplicación de las condiciones de frontera, mostradas en la Fig. 4.1, a las soluciones generales de tensiones y corrientes proporcionadas por las ecuaciones (4.18) y (4.20):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_\ell \\ \mathbf{I}_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{I}_0 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

donde:

$$\mathbf{A} = \cosh(\Psi \ell) \quad (4.23a)$$

$$\mathbf{B} = -\sinh(\Psi \ell) \mathbf{Z}_0 \quad (4.23b)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{Y}_0 \sinh(\Psi \ell) \quad (2.23c)$$

$$\mathbf{D} = -\cosh(\Psi \ell) \quad (2.23d)$$

$\mathbf{V}_0$, $\mathbf{I}_0$, $\mathbf{V}_\ell$ e $\mathbf{I}_\ell$ son las matrices de tensiones y corrientes en los extremos emisores y receptores, respectivamente, $\mathbf{Z}_0$ es la matriz de impedancias características. A partir de (4.22) se puede obtener la matriz cadena simplemente cambiando el sentido de la corriente ($\mathbf{I}_\ell$) del lado derecho de la Fig. 4.1, obteniendo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_\ell \\ \mathbf{I}_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{C} & -\mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{I}_0 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Mediante manipulación algebraica de la ecuación (4.22) se obtiene el modelo de dos puertos en forma modal definido en (4.25). Con este modelo se pueden calcular las tensiones en los extremos de la línea en función de sus parámetros eléctricos y de las corrientes inyectadas en la línea.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_0 \\ \mathbf{I}_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{SS} & -\mathbf{Y}_{SR} \\ -\mathbf{Y}_{RS} & \mathbf{Y}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_\ell \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

donde:

$$\mathbf{Y}_{SS} = \mathbf{Y}_{RR} = \mathbf{Y}_0 \coth(\Psi \ell) \quad (4.26a)$$

$$\mathbf{Y}_{RS} = \mathbf{Y}_{SR} = \mathbf{Y}_0 \operatorname{csch}(\Psi \ell) \quad (4.26b)$$

$\mathbf{Y}_{SS}$, $\mathbf{Y}_{RR}$, $\mathbf{Y}_{SR}$ y $\mathbf{Y}_{RS}$ son las submatrices correspondientes a la matriz del modelo de dos puertos.

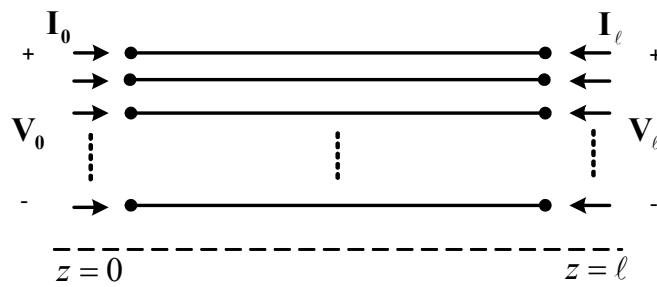


Figura 4.1 Condiciones de frontera para una línea multiconductora.

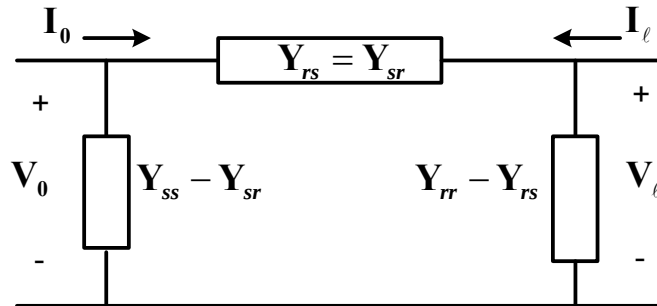


Figura 4.2 Representación gráfica del modelo de dos puertos multiconductor.

4.3 Modelo del Transformador

Cada devanado se considera como una línea de transmisión. Dado que el modelo presentado es para transformadores monofásicos, los devanados primario y secundario pueden representarse por un sistema de dos fases. Por otro lado, las ecuaciones que definen los parámetros eléctricos se obtienen de la geometría del transformador y consideran sus características eléctricas y magnéticas.

4.3.1 Definición del modelo

La representación del transformador para una unidad de longitud se presenta en la Fig. 4.3 [29]. El modelo considera las siguientes aproximaciones:

- 1) Se asumen devanados distribuidos uniformemente: no hay variación en los parámetros eléctricos del devanado a lo largo del mismo.
- 2) La operación es considerada en la región lineal de la curva de magnetización: no se considera la no linealidad en la inductancia mutua entre devanados (núcleo), lo cual es válido para las altas frecuencias en las que se aplicará el modelo.
- 3) La inductancia mutua es considerada únicamente entre la vuelta del devanado primario que corresponde con la del secundario: se desprecia la inductancia mutua entre las vueltas contiguas de cada devanado.

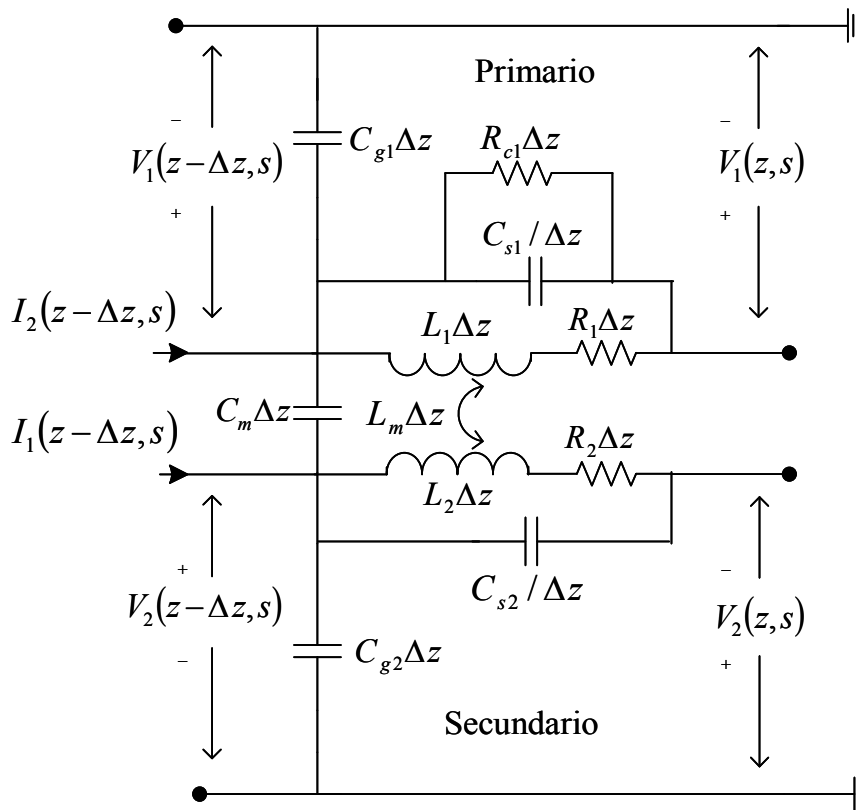


Figura 4.3 Representación para un diferencial de longitud del transformador.

En la Fig. 4.3, $V_k(z, s)$ es la tensión del k -ésimo devanado en el punto z , $I_k(z, s)$ es la corriente del k -ésimo devanado en el punto z , R_k son las pérdidas serie (cobre) del k -ésimo devanado, R_{c1} son las pérdidas en el núcleo, L_{sk} es la inductancia serie del k -ésimo devanado, L_m es la inductancia mutua entre devanados, C_{sk} es la capacitancia

propia del k -ésimo devanado, C_{gk} es la capacitancia a tierra del k -ésimo devanado, y C_m es la capacitancia mutua entre devanados. Todos los parámetros se consideran por unidad de longitud (p.u.l.).

Del circuito se obtienen los incrementos de tensión en los devanados dados por

$$\Delta V_1(z, s) = R_1 \Delta z \hat{I}_1(z, s) + sL_1 \Delta z \hat{I}_1(z, s) + L_m \Delta z \hat{I}_2(z, s) \quad (4.27a)$$

$$\Delta V_2(z, s) = R_2 \Delta z \hat{I}_2(z, s) + sL_2 \Delta z \hat{I}_2(z, s) + L_m \Delta z \hat{I}_1(z, s) \quad (4.27b)$$

donde:

$$\hat{I}_1(z, s) = \frac{I_1(z, s)}{1 + R_1 C_{s1} + s^2 L_1 C_{s1}} \quad (4.28a)$$

$$\hat{I}_2(z, s) = \frac{I_2(z, s)}{1 + sR_2 C_{s2} + s^2 L_2 C_{s2}} \quad (4.28b)$$

$\hat{I}_1(z, s)$ y $\hat{I}_2(z, s)$ son las corrientes fluyendo en Z_1 y Z_2 , respectivamente. Además

$$Z_1 = R_1 + sL_1 \quad (4.29a)$$

$$Z_2 = R_2 + sL_2 \quad (4.29b)$$

$$Z_m = sL_m \quad (4.29c)$$

Z_1 y Z_2 son las impedancias propias del devanado primario y secundario respectivamente y Z_m es la impedancia mutua entre devanados. Sustituyendo (4.29) en (4.27) y expresando dicha ecuación en función de la corriente total $I_1(z, s)$ e $I_2(z, s)$ del devanado, dividiendo entre Δz y aplicando el límite cuando $\Delta z \rightarrow 0$, se obtiene en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_1(z, s)}{dz} \\ \frac{dV_2(z, s)}{dz} \end{bmatrix} = \frac{1}{D(s)} \begin{bmatrix} Z_1 + Z_1 Y_2 Z_2 - Z_m^2 Y_2 & Z_m \\ Z_m & Z_2 + Z_2 Y_1 Z_1 - Z_m^2 Y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(z, s) \\ I_2(z, s) \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

donde:

$$D(s) = 1 + Z_1 Y_1 + Z_2 Y_2 + Z_1 Z_2 Y_1 Y_2 - Z_m^2 Y_1 Y_2 \quad (4.31a)$$

$$Y_1(s) = sC_{s1} + 1/R_{c1} \quad (4.31b)$$

$$Y_2(s) = sC_{s2} \quad (4.31c)$$

Y_1 y Y_2 son las admitancias propias del devanado primario y secundario respectivamente. Del circuito de la Fig. 4.3 se obtiene la variación de corrientes en el segmento Δz del devanado primario y del secundario:

$$\Delta I_1(z, s) = sC_{g1}\Delta z V_1(z, s) + sC_m\Delta z V_1(z, s) - sC_m\Delta z V_2(z, s) \quad (4.32a)$$

$$\Delta I_2(z, s) = sC_{g2}\Delta z V_2(z, s) + sC_m\Delta z V_2(z, s) - sC_m\Delta z V_1(z, s) \quad (4.32b)$$

Dividiendo entre Δz y aplicando los límites cuando $\Delta z \rightarrow 0$, se tiene en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_1(z, s)}{dz} \\ \frac{dI_2(z, s)}{dz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{g1} + Y_m & -Y_m \\ -Y_m & Y_{g2} + Y_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(z, s) \\ V_2(z, s) \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

donde:

$$Y_{g1} = sC_{g1} \quad (4.34a)$$

$$Y_{g2} = sC_{g2} \quad (4.34b)$$

$$Y_m = sC_m \quad (4.34c)$$

Y_{g1} y Y_{g2} son las admitancias a tierra del devanado primario y secundario, respectivamente, y Y_m es la admitancia mutua entre devanados. Las ecuaciones (4.30) y (4.33) en forma compacta se escriben como sigue:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{V}(z, s)}{dz} \\ \frac{d\mathbf{I}(z, s)}{dz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{Z} \\ \mathbf{Y} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, s) \\ \mathbf{I}(z, s) \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

donde $\mathbf{V}(z, s)$ e $\mathbf{I}(z, s)$ son los vectores de tensión y de corriente en el dominio de Laplace en el punto z del devanado, mientras que $\mathbf{Z}$ y $\mathbf{Y}$ son las matrices de impedancias y admitancias descritas en las ecuaciones (4.30) y (4.33). Las ecuaciones acopladas de primer orden definidas en (4.35) pueden resolverse utilizando la teoría de la línea de transmisión multiconductora descrita en la sección anterior, obteniendo un modelo de dos puertos del transformador, a partir del cual se obtienen las tensiones en las

terminales del transformador en el dominio de la frecuencia. Los valores respectivos en el dominio del tiempo se obtienen a partir del algoritmo de la transformada numérica de Laplace, descrita en el Apéndice A.

4.3.2 Cálculo de parámetros eléctricos

De acuerdo con la ecuación (4.35), la propagación a través de los devanados del transformador puede describirse completamente a partir de la definición de las matrices $\mathbf{Z}$ y $\mathbf{Y}$, las cuales pueden calcularse en función de la configuración geométrica del mismo [59]. Para un transformador tipo columna, considerando sección transversal semirectangular, el cálculo de la capacitancia serie y a tierra se obtiene considerando la configuración de dos conductores cilíndricos coaxiales y la de las placas paralelas [59]. De la Fig. 4.4, las capacitancias a tierra se obtienen como sigue:

$$C_{gb} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A_1}{d_1} \quad (4.36a)$$

$$C_{ga} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A_2}{d_1} \quad (4.36b)$$

$$C_{gc} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\left(\frac{r_{tanque}}{r_{dev\ k}}\right)} l_{trs} \quad (4.36c)$$

$$C_{gk} = 2C_{ga} + 2C_{gb} + C_{gc} \quad (4.37)$$

ε_0 y ε_r son la permitividad del vacío y la permitividad relativa del material dieléctrico utilizado, respectivamente; $r_{dev\ k}$, r_{tanque} son el radio de cualquier extremo del k -ésimo devanado y el tanque respectivamente; A_1 y A_2 son las áreas del k -ésimo devanado mostradas en la Fig. 4.4 y d_1 es la distancia entre el k -ésimo devanado y la pared del tanque.

De acuerdo con la Fig. 4.5 la capacitancia mutua se calcula a partir de las siguientes ecuaciones:

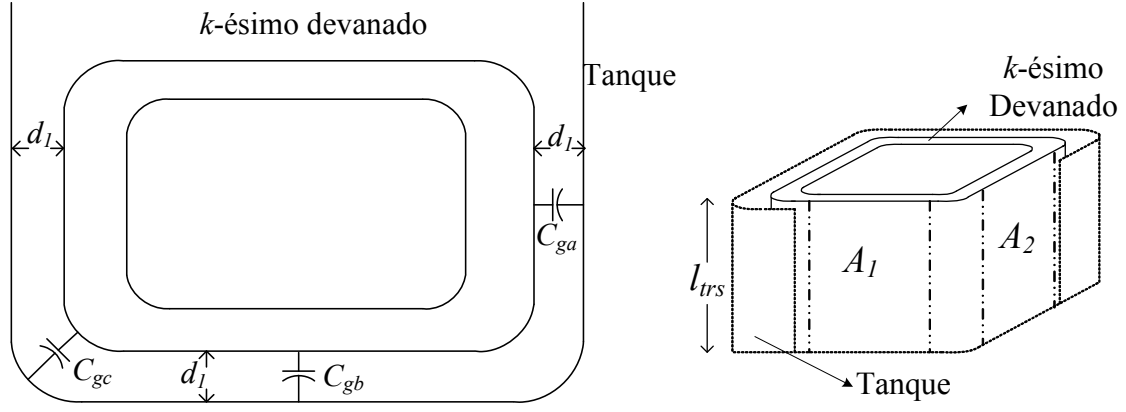


Figura 4.4 Representación del k -ésimo devanado y sus capacitancias con respecto a tierra.

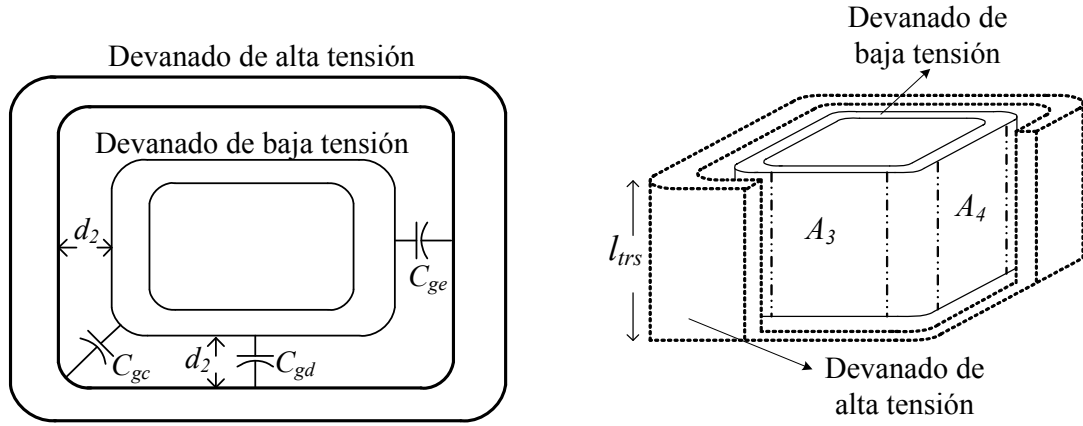


Figura 4.5 Representación de las capacitancias mutuas entre devanados.

$$C_{gd} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A_3}{d_1} \quad (4.38a)$$

$$C_{ge} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A_4}{d_1} \quad (4.38b)$$

$$C_{gf} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{r_{dev\ sec}}{r_{dev\ prim}}\right)} l_{trs} \quad (4.38c)$$

$$C_m = 2C_{gd} + 2C_{ge} + C_{gf} \quad (4.39)$$

$r_{dev\ sec}$, $r_{dev\ prim}$ son el radio de cualquier extremo del devanado primario y secundario, respectivamente; A_3 y A_4 son las áreas mostradas en la Fig. 4.5 del devanado primario y

secundario, respectivamente, y d_2 es la distancia entre devanados. Las capacitancias propias de cada devanado se obtienen a partir de la constante de distribución:

$$C_{sk} = l^2 \frac{C_{gk}}{\alpha^2} \quad (4.40)$$

donde α representa la constante de distribución inicial del potencial y l es la longitud del devanado. Para el cálculo de la inductancia propia de cada devanado se emplea la siguiente expresión:

$$L_{s1} = \mu_0 a \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{6} \left(\frac{c_{esp}}{2a} \right)^2 \right) \ln \left(\frac{8}{(c_{esp}/2a)^2} \right) - 0.84834 + 0.2041 \left(\frac{c_{esp}}{2a} \right)^2 \right] \quad (4.41)$$

mientras que la inductancia mutua entre devanados se calcula simplemente como:

$$L_m = K_0 \sqrt{L_{s1} L_{s2}} \quad (4.42)$$

donde:

$$L_{s2} = L_{s1} q^2 \quad (4.43)$$

a es el radio medio de la vuelta, c_{esp} es el espesor del conductor, K_0 es el coeficiente de acoplamiento, L_{s1} , L_{s2} son las inductancias propias del devanado primario y secundario, respectivamente, q es la relación de transformación [59]. Finalmente, las pérdidas serie de cada devanado, considerando la profundidad de penetración debida al efecto superficial, se calculan como sigue [60]:

$$R_k = \frac{\sqrt{\omega \mu_{Cu} \rho_{Cu}}}{P_{Trs}} \quad (4.44)$$

donde ω es la frecuencial angular, μ_{Cu} y ρ_{Cu} son la permeabilidad y resistividad del cobre, respectivamente, y P_{Trs} es el perímetro de la sección transversal del devanado. Se considera además que las pérdidas del núcleo, R_{c1} , son muy pequeñas en las altas frecuencias presentes en el fenómeno transitorio, ya que debido al efecto superficial en el núcleo, éste prácticamente no permite el paso del flujo (se comporta como barrera).

4.4 Distribución de potencial en el transformador

En la Fig. 4.6 se muestra el circuito equivalente para una unidad de longitud de devanado. La respuesta del circuito ante sobretensiones transitorias cambia en diferentes instantes de tiempo y se pueden clasificar en tres periodos diferentes: periodo inicial, periodo transitorio y periodo final [1, 59].

Al presentarse el fenómeno transitorio en el transformador, éste tiende a comportarse inicialmente como una red de capacitancias, respuesta que es conocida como distribución inicial de potencial. La Fig. 4.7 representa el circuito de capacitancias correspondientes al periodo inicial para un devanado. A partir de este circuito, la tensión y la corriente en el dominio de la frecuencia de la rama serie y paralelo respectivamente están definidas por:

$$V(z) - V(z + \Delta z) = \frac{\Delta z}{sC_s} I(z) \quad (4.45a)$$

$$I(z) - I(z + \Delta z) = C_g \Delta z s V(z) \quad (4.45b)$$

Dividiendo (4.45) entre Δz y aplicando el límite cuando $\Delta z \rightarrow 0$ se tiene:

$$\frac{dV(z)}{dz} = -\frac{I(z)}{sC_s} \quad (4.46a)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -sC_g V(z) \quad (4.46b)$$

Derivando (4.46a) respecto a z y sustituyendo (4.46b):

$$\frac{d^2V(z)}{dz^2} = \alpha^2 V(z) \quad (4.47)$$

donde:

$$\alpha = \sqrt{\frac{C_g}{C_s}} \quad (4.48)$$

La solución general de (4.47) está definida por:

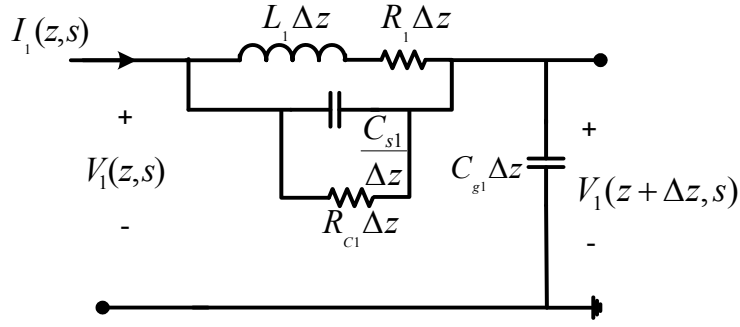


Figura 4.6 Representación del devanado de un transformador para un diferencial de longitud.

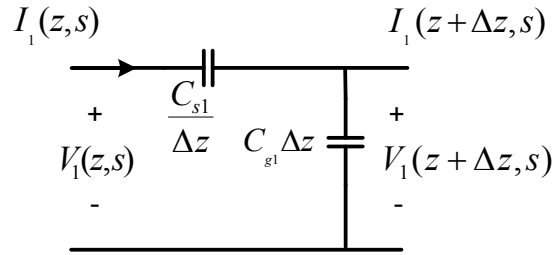


Figura 4.7 Representación del devanado para determinar la distribución inicial de potencial.

$$V(z) = A e^{\alpha z} + B e^{-\alpha z} \quad (4.49)$$

donde A y B son las constantes de integración. Aplicando las condiciones de frontera $z = 0$ y $z = l$ en (4.49), puede obtenerse la siguiente solución:

$$V(z) = \frac{E}{e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}} (e^{\alpha z} - e^{-\alpha z}) \quad (4.50)$$

siendo E la tensión en $z = l$. Aplicando funciones hiperbólicas puede expresarse (4.50) como:

$$\frac{V}{E} = \frac{\sinh(\alpha z)}{\sinh(\alpha l)} \quad (4.51)$$

La uniformidad de la distribución de potencial dependerá del valor de la constante de propagación: entre mayor sea α la respuesta del circuito será menos uniforme. Para tener una distribución de potencial ideal (tal que no se presente una sobretensión posterior) se necesita que $\alpha = 0$, tal como se presenta en la Fig. 4.8 [1, 59].

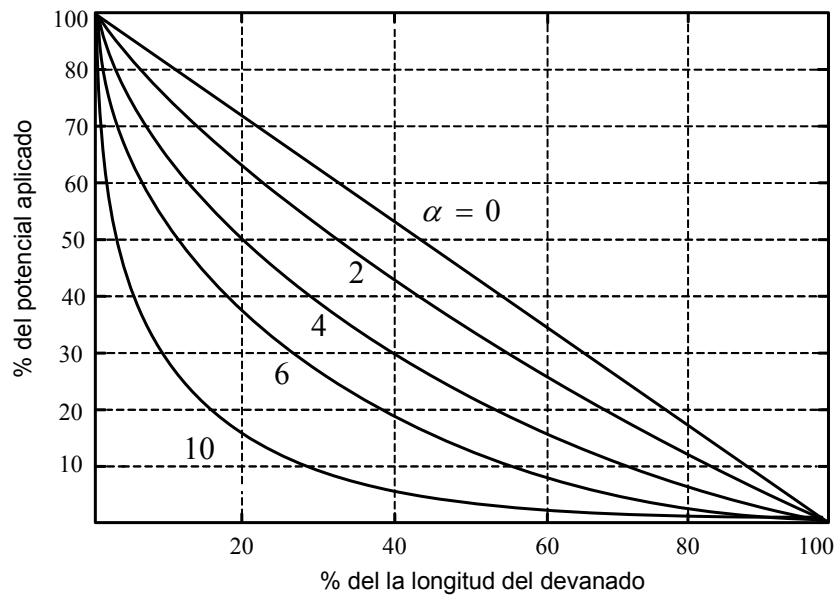


Figura 4.8 Comportamiento de la distribución inicial de potencial con diferentes valores de α .

Después del periodo inicial, las energías eléctrica y magnética de las capacitancias e inductancias, respectivamente, interactúan entre sí produciendo un transitorio electromagnético que se propaga en los devanados; a este periodo se le conoce como distribución transitoria de potencial [59]. En la Fig. 4.9 se muestra el circuito de capacitancias e inductancias involucradas en el periodo transitorio para un devanado.

Finalmente, la distribución final de potencial se caracteriza porque las oscilaciones son despreciables y el devanado obtiene nuevamente una condición permanente de equilibrio; en esta etapa sólo los elementos resistivos se ven involucrados en la respuesta del circuito (Fig. 4.10).

En la Fig. 4.11 se muestra en forma general el comportamiento de la distribución de potencial con respecto a la distancia del devanado. En los ejemplos de aplicación presentados en la siguiente sección se muestra como varía esta distribución ante diferentes condiciones para un transformador particular.

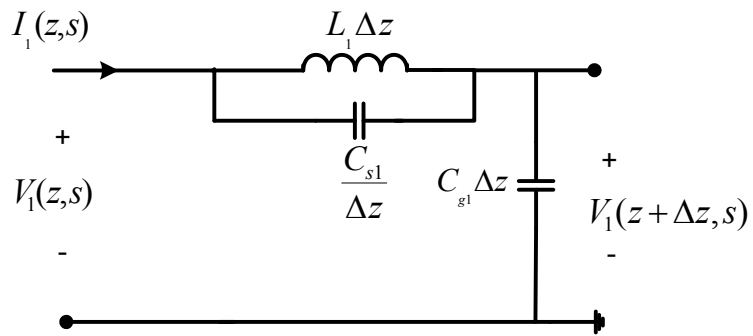


Figura 4.9 Representación del devanado para determinar la distribución transitoria de potencial.

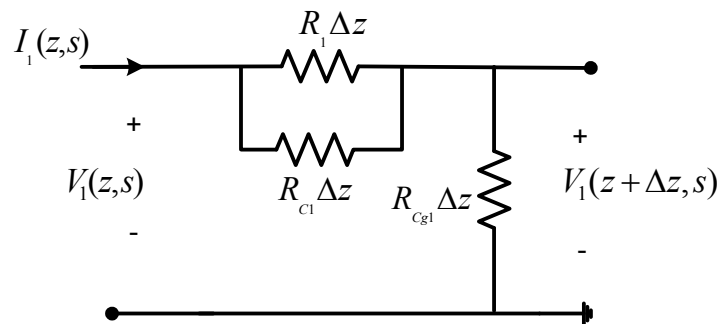


Figura 4.10 Respuesta del circuito para la distribución final de potencial.

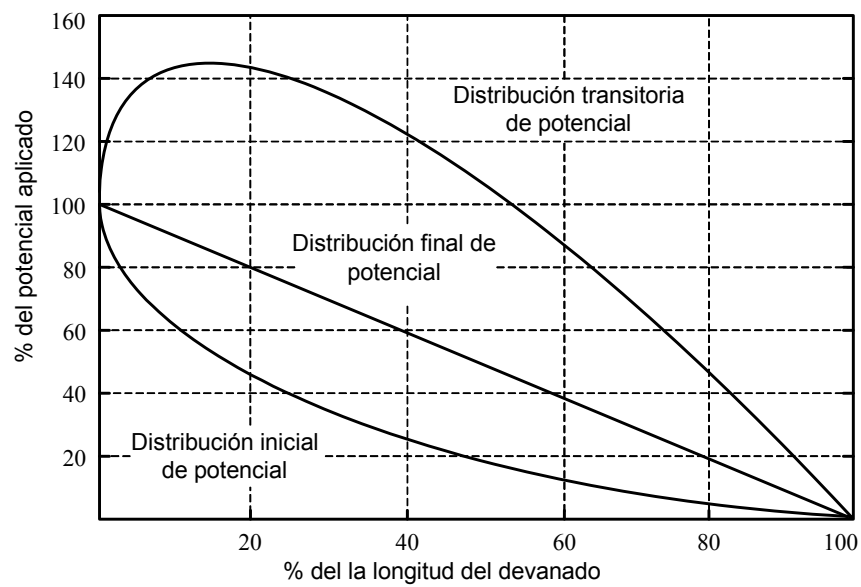


Figura 4.11 Distribución de potencial en los devanados del transformador.

4.5 Modelo de parámetros concentrados del transformador desarrollado en el ATP/EMTP

Con el propósito de comparación de resultados, se desarrolló un modelo de parámetros concentrados en el dominio del tiempo empleando el programa de simulación ATP/EMTP, tomando en cuenta que este programa no cuenta con un modelo de parámetros distribuidos del transformador [3]. Cada segmento del transformador se modeló de manera similar a la representación de la Fig. 4.3. El circuito implementado se ilustra en la Fig. 4.12. Debido a la naturaleza concentrada del circuito fue necesario realizar una gran cantidad de divisiones (72 para el ejemplo de aplicación) para que el modelo pudiera aproximar de manera suficientemente precisa al modelo desarrollado en este trabajo.

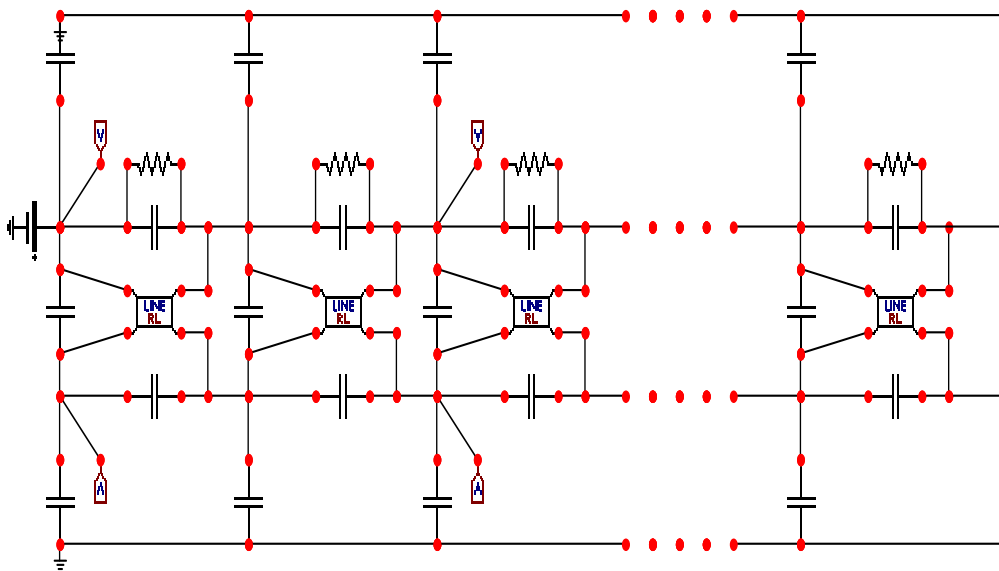


Figura 4.12 Circuito desarrollado en el ATP/EMTP.

4.6 Aplicaciones

En esta sección se presentan 2 ejemplos de aplicación del modelo de transformador descrito previamente. El objetivo de los ejemplos es mostrar el comportamiento de las tensiones transitorias que se distribuyen a lo largo de los devanados y su transferencia al lado de baja tensión para 2 transformadores diferentes. Aunado a esto se presenta la distribución de potencial para ambos casos. Para el primer ejemplo los parámetros eléctricos del transformador se consideraron constantes y obtenidos de [29]. Por otro

lado, para el segundo ejemplo los parámetros se obtuvieron a partir de la configuración geométrica de un transformador tipo columna, empleando las ecuaciones descritas en la sección 4.3.2, en las cuales se considera la dependencia frecuencial de la resistencia serie del devanado. En ambos casos los resultados se compararon con un modelo de parámetros concentrados implementado en el programa de simulación ATP/EMTP.

4.6.1 Comportamiento del devanado del transformador considerando parámetros constantes

Para el siguiente ejemplo los parámetros del transformador se asumen constantes. Un transformador monofásico de 15 MVA, 34.5/13.8 KV 60 Hz se utiliza para mostrar la técnica descrita. Los parámetros del transformador por unidad de longitud se muestran en la Tabla 4.1 [29]. Para ambos devanados se asume que:

$$\frac{\alpha^2}{l^2} = \frac{C_{gk}}{C_{sk}} = 10$$

La inductancia mutua es $L_m = 2.8$ mH y la capacitancia mutua es $C_m = 148$ pF. En el lado del primario del transformador se suministra una señal de tipo escalón unitario. La longitud del devanado analizada es de 10 metros ($l = 10$ m), dividida en 4 segmentos iguales, tal como se muestra en la Fig. 4.13.

En la Fig. 4.14 se observan las sobretensiones transitorias presentes en los diferentes segmentos del devanado primario, mientras que en la Fig. 4.15 se presentan las sobretensiones transferidas al secundario. En la Fig. 4.16 se muestra la tensión transitoria en el punto B del devanado, comparando el resultado del modelo presentado en este trabajo (marcado como TNL en la Fig 4.16) con el obtenido con el ATP/EMTP.

Tabla 4.1 Datos del transformador.

Devanado Primario	Devanado Secundario
$R_1 = 0.22 \Omega$	$R_2 = 0.0366 \Omega$
$R_{s1} = 130 \text{ k}\Omega$	$L_{s2} = 1.18 \text{ mH}$
$L_{s1} = 7.35 \text{ mH}$	$C_{g2} = 27 \text{ nF}$
$C_{g1} = 9 \text{ nF}$	

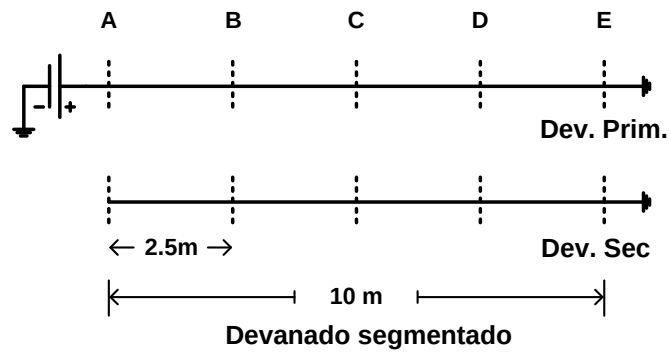


Figura 4.13 Diagrama para el ejemplo de aplicación.

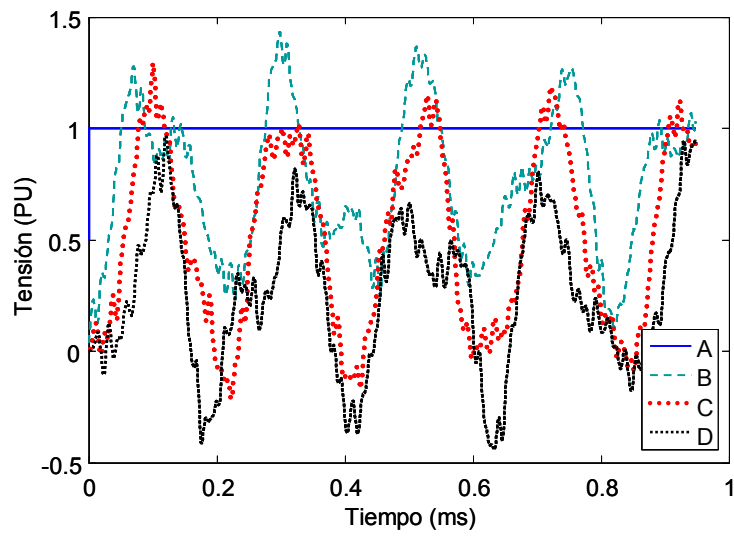


Figura 4.14 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para $\alpha = 10$.

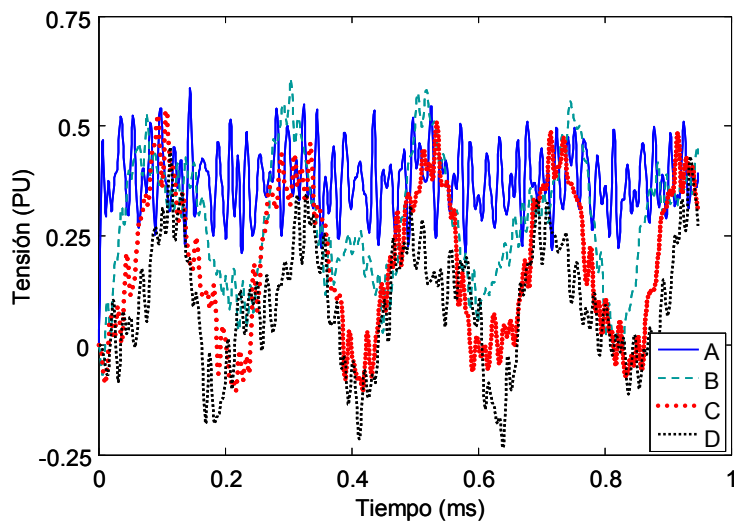


Figura 4.15 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para $\alpha = 10$.

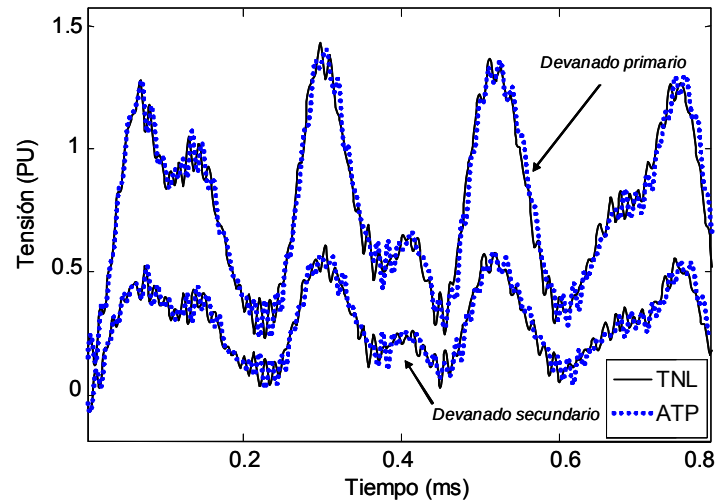


Figura 4.16 Tensión transitoria en el punto B a lo largo del devanado primario y secundario.

En el instante de incidencia del impulso prácticamente sólo las capacitancias del circuito que representa al devanado reaccionan al escalón suministrado. La distribución de potencial en dicho instante (distribución inicial) se observa en la Fig. 4.17(a), la cual se obtiene en un tiempo $t = 0.1\mu s$. En el devanado primario el comportamiento es exponencial decreciente, mientras que en el secundario es prácticamente cero, es decir, aún no hay transferencia a considerar. Conforme aumenta el tiempo los elementos inductivos del devanado se involucran en el fenómeno y se presenta la sobretensión transitoria.

En la Fig. 4.17(b) se presenta la distribución de potencial para un tiempo $t = 0.297$ ms en el cual se alcanza la máxima sobretensión. Se observa también que dicha sobretensión se presenta en aproximadamente el 30% de la longitud para ambos devanados (1.46 p.u. en el primario y 0.61 p.u. en el secundario; recordando que la relación de transformación es de 2.5). Al final del evento transitorio, Fig. 4.17(c), los elementos resistivos gobiernan la respuesta del circuito, por lo que la distribución de potencial se comporta de manera lineal.

En la Fig. 4.18 se presenta el comportamiento de la distribución de potencial ante la variación de la magnitud de α , considerando el tiempo en que se presenta la máxima sobretensión en cada caso. Idealmente, con $\alpha \rightarrow 0$, el transitorio prácticamente no se presenta, como se ilustra en la Fig. 4.18(c). La sobretensión transitoria en ambos

devanados se atenuará entonces reduciendo C_{gk} o nulificándola parcial o totalmente, o bien, incrementando la capacitancia serie C_s .

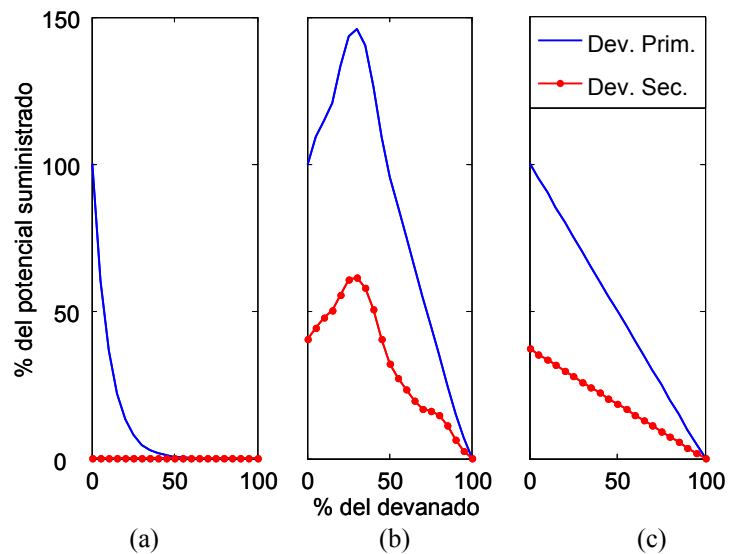


Figura 4.17 Distribución de Potencial para $\alpha = 10$
(a) inicial, (b) transitorio (máx), y (c) final.

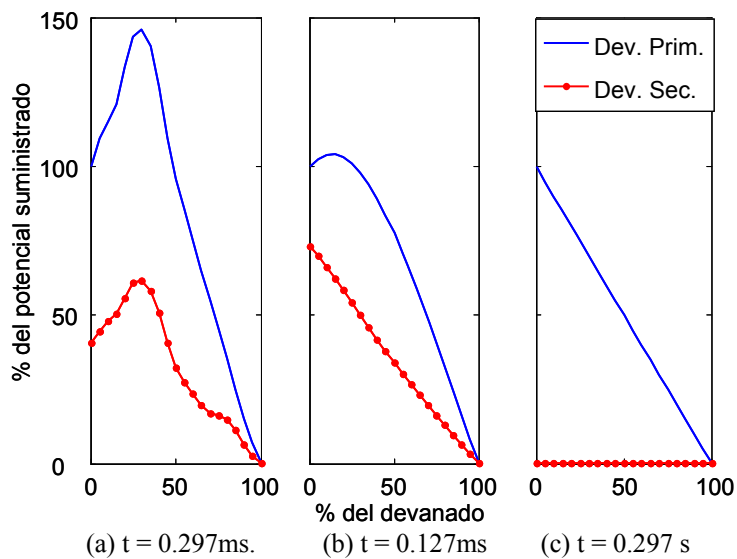


Figura 4.18 Distribución de potencial (máximo) con diferentes valores de α
(a) $\alpha = 10$, (b) $\alpha = 2$ y (c) $\alpha = 0.001$.

4.6.2 Comportamiento del devanado del transformador considerando parámetros calculados de la geometría del transformador y dependientes de la frecuencia.

Se consideró para este ejemplo un transformador monofásico de 3000 KVA, 34500/480 V, 60 Hz. Los parámetros del transformador se obtuvieron a partir de las ecuaciones

presentadas en la sección 4.3.2. Para ambos devanados se asume la misma relación entre las capacitancias serie y a tierra del ejemplo anterior.

En el lado del primario del transformador se suministra una señal de tipo escalón unitario. La longitud del devanado analizada es de 11.7160 m (correspondiente a 10 vueltas del devanado), dividida en 4 segmentos iguales, tal como se muestra en la Fig. 4.13.

Las sobretensiones transitorias que se presentan en los diferentes segmentos del devanado primario y secundario se muestran en la Figs. 4.19 y 4.20 respectivamente. En las Fig. 4.21 y 4.22 se muestra la tensión transitoria en el punto B del devanado primario y secundario respectivamente, comparando los resultados del modelo presentado en este trabajo con lo obtenido con el ATP/EMTP, en el cual se presentaron en este caso oscilaciones numéricas debidas al método de integración trapezoidal empleado por este programa.

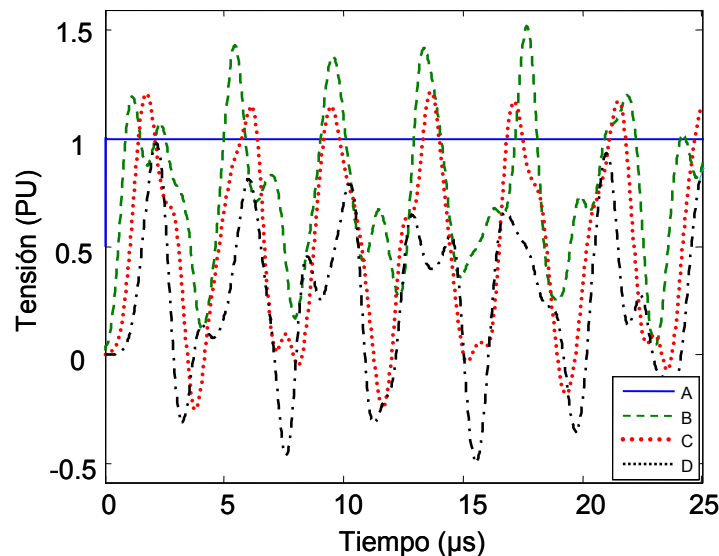


Figura 4.19 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para $\alpha = 10$.

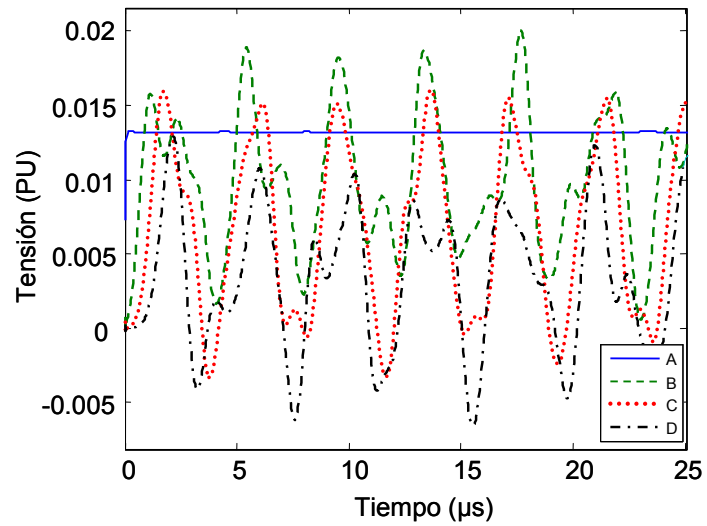


Figura 4.20 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para $\alpha = 10$.

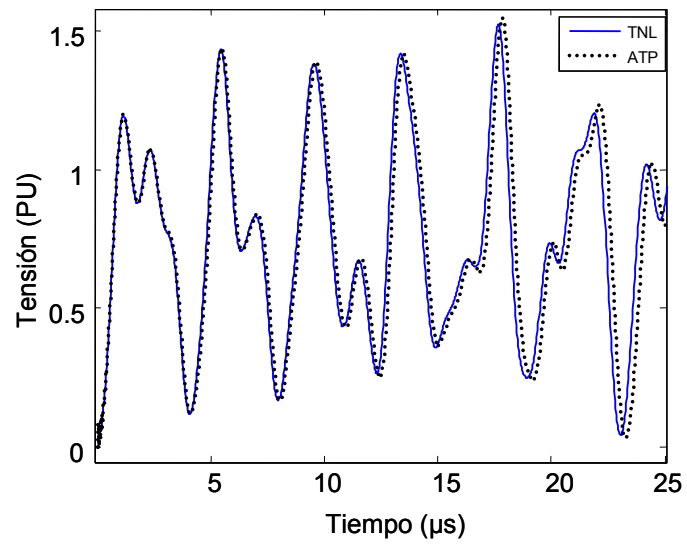


Figura 4.21 Tensión transitoria en el punto B a lo largo del devanado primario.

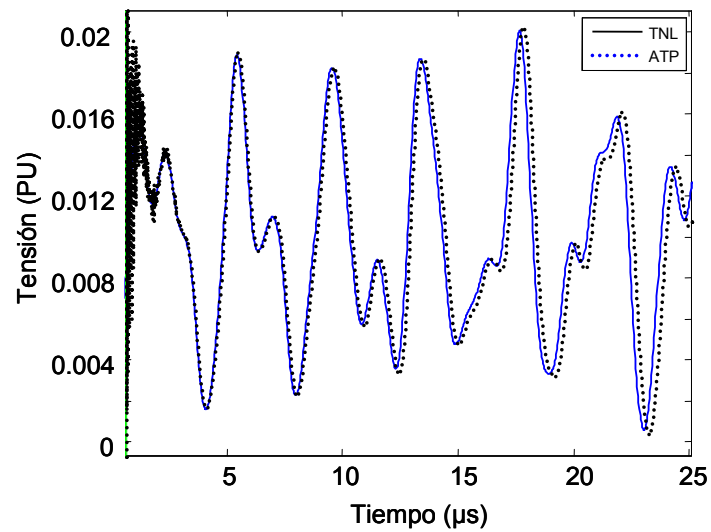


Figura 4.22 Tensión transitoria en el punto B a lo largo del devanado secundario.

La distribución de potencial en el instante de incidencia del impulso aplicado se observa en las Figs. 4.23(a) y 4.24(a) para el devanado primario y secundario respectivamente, las cuales se obtuvieron en un tiempo $t = 0.1 \text{ ns}$. En ambos devanados el comportamiento es exponencial decreciente y aún no hay transitorio a considerar.

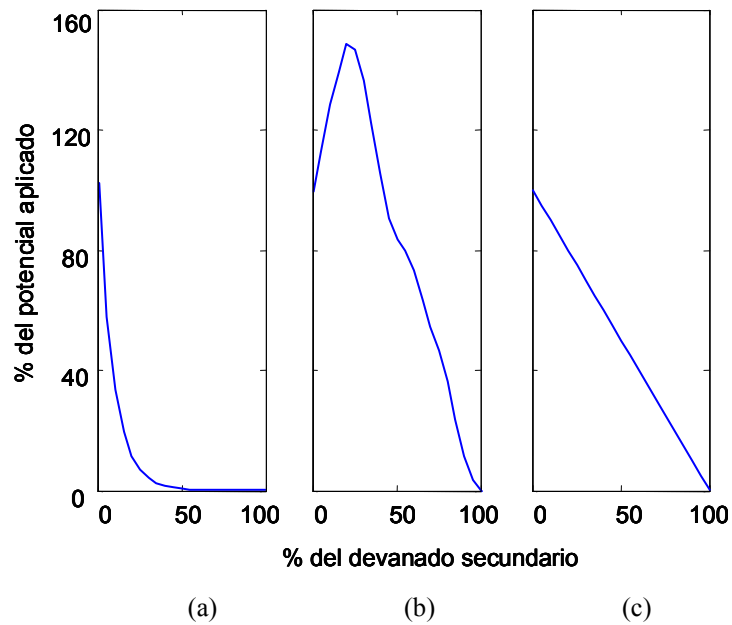


Figura 4.23 Distribución de Potencial en el devanado primario para $\alpha = 10$
(a) inicial, (b) transitorio (máx), y (c) final.

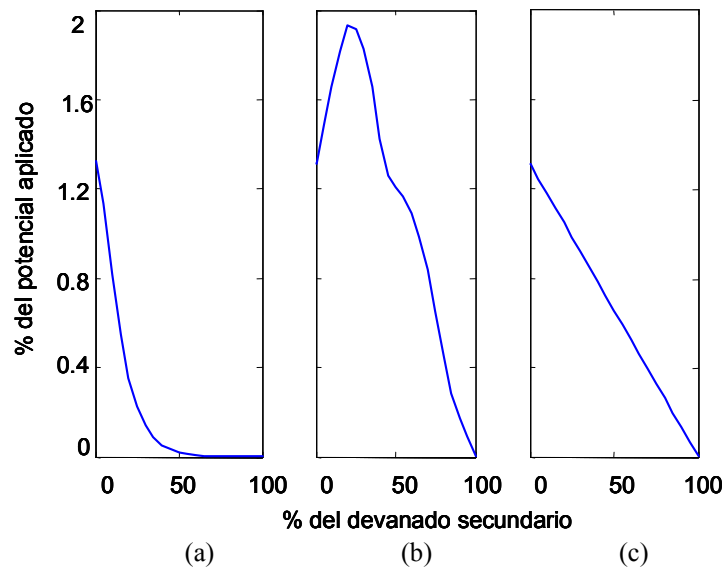


Figura 4.24 Distribución de Potencial en el devanado secundario para $\alpha = 10$
(a) inicial, (b) transitorio (máx), y (c) final.

En las Figs. 4.23(b) y 4.24(b) se presenta la distribución de potencial para un tiempo $t = 17.666 \mu s$ en el cual se alcanza la máxima sobretensión para ambos devanados. Se observa también que dicha sobretensión se presenta en aproximadamente el 20% de sus longitudes (1.536 p.u. en el primario y 0.0203 p.u. en el secundario). Finalmente, en las Figs. 4.23(c) y 4.24(c), se observa la etapa final del transitorio, donde los elementos resistivos gobiernan la respuesta del circuito, por lo que el comportamiento es de forma lineal para ambos devanados.

En las Figs. 4.25 y 4.26 se presenta el comportamiento de la distribución de potencial para ambos devanados ante la variación de la magnitud de α , considerando el tiempo en que se presenta la máxima sobretensión en cada caso. Idealmente, con $\alpha \rightarrow 0$, el transitorio prácticamente no se presenta (Figs. 4.25c y 4.26c para los devanados primario y secundario, respectivamente).

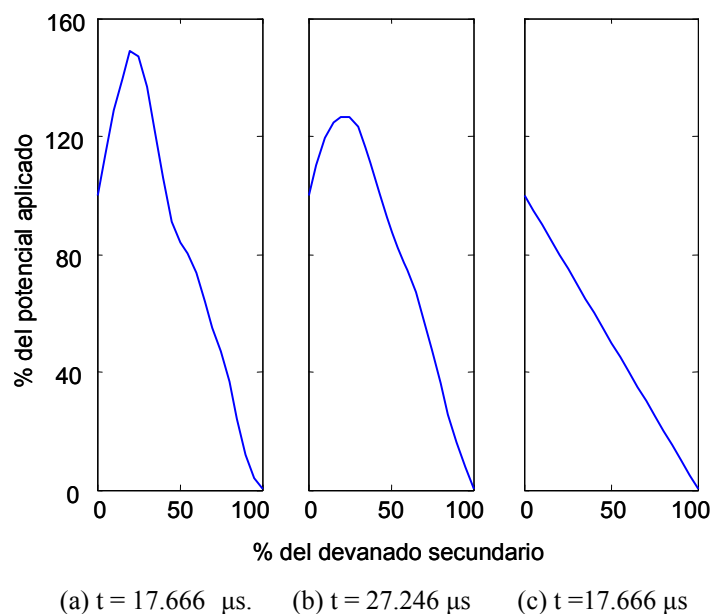
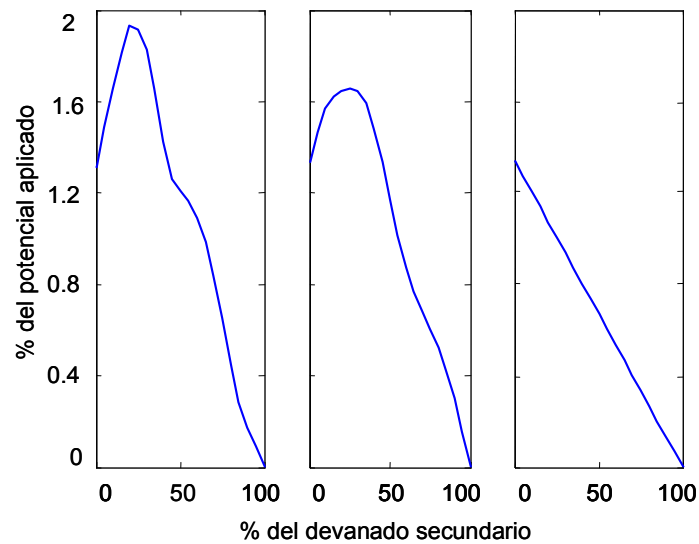


Figura 4.25 Distribución de potencial en el devanado primario (máximo) con diferentes valores de α
(a) $\alpha = 10$, (b) $\alpha = 5$ y (c) $\alpha = 0.001$.



(a) $t = 17.666 \mu s$. (b) $t = 27.246 \mu s$ (c) $t = 17.66 \mu s$
 Figura 4.26 Distribución de potencial en el devanado secundario (máximo) con diferentes valores de α
 (a) $\alpha = 10$, (b) $\alpha = 5$ y (c) $\alpha = 0.001$.

4.7 Conclusiones

En este Capítulo se desarrolló un modelo en el dominio de la frecuencia para analizar el comportamiento de la propagación y transferencia de sobretensiones en los devanados de un transformador. El modelo se basa en la solución de las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia, utilizando parámetros del transformador obtenidos de su geometría.

Además de las curvas de distribución de potencial en el devanado primario obtenidas por modelos internos típicos, mediante este modelo es posible obtener también la distribución de potencial transferido al secundario. Adicionalmente se desarrolló un modelo de parámetros concentrados del transformador en el ATP/EMTP para comprobar los resultados obtenidos.

Puede observarse que para el segundo transformador seleccionado en este capítulo (con relación de transformación 34500/480), las formas de onda obtenidas en los devanados primario y secundario son muy similares. En el caso del primer transformador analizado (con relación de transformación 34500/13800), las formas de onda difieren un poco más entre sí. Esto se debe a que conforme las relaciones de transformación son mayores, los valores inductivos del devanado primario, así como el acoplamiento entre devanados,

son cada vez mayores que los valores inductivos del secundario, de tal forma que el acoplamiento tiende a dominar sobre la propagación en el secundario.

La forma en la cual una onda de alta frecuencia se transfiere al secundario del transformador es de gran importancia práctica, ya que podría determinar, por ejemplo, la tensión transitoria que aparece en un bus de generación cuando una onda incide en las terminales de alta tensión de un transformador elevador.

CAPITULO 5 Transferencia de sobretensiones inducidas por descargas atmosféricas

5.1 Introducción

Las redes de distribución constituyen una parte muy importante del sistema eléctrico de potencia, debido a que a través de éstas se distribuye la mayor parte de la energía eléctrica que alimenta a los distintos usuarios. En general es aquella parte del sistema que se encuentra entre las subestaciones de distribución y los equipos de la entrada de servicio de los consumidores [39]. Dichas redes pueden ser aéreas o subterráneas y en cada caso el análisis que se da es distinto. Actualmente existe un mayor número de instalaciones con redes de distribución aéreas; sin embargo, la tendencia es incrementar más el uso de redes de distribución subterránea.

Las descargas atmosféricas son una de las causas mas frecuentes de sobretensiones en los sistemas de distribución. En el caso de las líneas de distribución aéreas, no es necesario que un rayo incida directamente en la línea para producir sobretensiones peligrosas para el equipo. Esto se debe a que las tensiones inducidas causadas por el colapso del campo electrostático con la caída cercana de un rayo pueden alcanzar valores de hasta 500 kV. La cantidad de corriente producida por un rayo es una cantidad estadística, que depende de la energía existente en la nube y de la diferencia de la tensión entre ésta y la tierra al iniciarse la descarga. Se han llegado a registrar magnitudes de corriente de hasta 400 kA; sin embargo, aproximadamente el 50 % de todas las corrientes producidas por los rayos son menores a 20 kA [2, 39].

El análisis de las sobretensiones inducidas por descargas atmosféricas y su transferencia a través del transformador en los sistemas de distribución es de gran importancia debido a que en la actualidad existen equipos en baja tensión que son muy sensibles a las variaciones de tensión y de corriente; además, dichas descargas pueden provocar la interrupción del suministro de la energía eléctrica. Aún cuando los usuarios residenciales y comerciales pequeños pueden tolerar interrupciones cortas e infrecuentes, incluso una corta interrupción puede resultar costosa en el caso de ciertos

procesos industriales y puede ser peligrosa en el caso de hospitales y edificios públicos. Para esas cargas sensibles, a menudo se toman medidas especiales con el fin de asegurar un alto nivel de confiabilidad.

En este Capítulo se presentan resultados del efecto de descargas atmosféricas directas e indirectas sobre líneas de distribución y su impacto en los devanados del transformador, aplicando los modelos desarrollados y analizados en los capítulos anteriores.

5.2 Descripción del Modelo completo línea iluminada - transformador

En el Capítulo 3 se describió un modelo en el dominio de la frecuencia que permite la inclusión de los campos incidentes en la línea de transmisión. Dichos campos pueden ser representados por medio de fuentes concentradas en el extremo receptor. Además, se presenta una técnica para el cálculo de campos electromagnéticos generados por una descarga atmosférica cercana a la línea, a partir del punto de impacto.

En el Capítulo 4 se presentó un modelo del transformador monofásico de parámetros distribuidos en el dominio de la frecuencia para el análisis de la distribución y transferencia de las sobretensiones transitorias. La técnica utiliza la teoría de la línea multiconductora para representar los devanados del transformador.

A partir de estos modelos, en este Capítulo se obtiene un modelo completo en el dominio de la frecuencia que permite el análisis de la distribución y la transferencia de las sobretensiones transitorias que se presentan en sistemas de distribución debido al efecto de descargas atmosféricas (directas e indirectas). Para obtener el modelo completo se definen los modelos de la línea y del transformador por medio de representaciones nodales de dos puertos, para obtener finalmente una matriz de admitancias total del arreglo.

En la Fig. 5.1 se muestra un diagrama del modelo completo *línea iluminada-transformador*. El extremo B de la línea se conecta al devanado primario del transformador mientras que el extremo A se conecta a una carga, cuyo valor puede ser equivalente a la impedancia equivalente de la línea, de manera que no existan

reflexiones en ese punto. Esto equivale a considerar que la onda que se propaga hacia A se atenúa totalmente antes de encontrar un punto de transición. Para el análisis se tomaron mediciones en los nodos A al F que se muestran en la Fig. 5.1, así como en los nodos respectivos del devanado secundario del transformador.

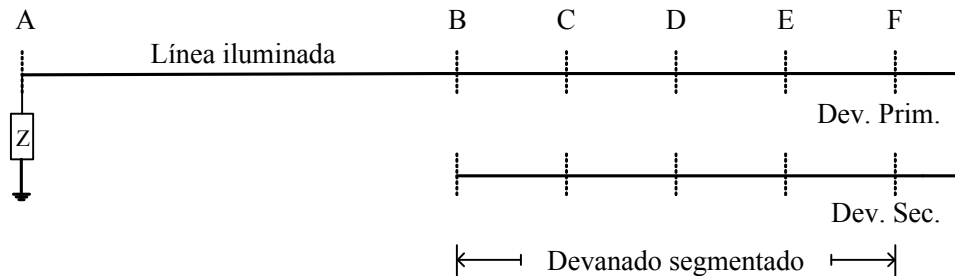


Figura 5.1 Configuración del modelo completo.

5.3 Circuito para comparación desarrollado en el ATP/EMTP

Para la validación del modelo que permite el análisis de la transferencia de las sobretensiones inducidas por descargas atmosféricas en la línea de distribución y su posterior transferencia al lado de baja tensión a través del transformador, se implementó un modelo en el dominio del tiempo empleando el programa de simulación ATP/EMTP, debido a que este programa no cuenta con un modelo que permita el análisis directo de la transferencia de sobretensiones inducidas. La línea iluminada se representó por la conexión de segmentos en cascada, conectando entre cada uno las fuentes que representan los campos incidentes, como se realizó en el sección 3.3. Por otro lado, cada segmento del transformador se modeló de manera similar a la representación de la Fig. 4.3, como se describió en la sección 4.5. El circuito implementado se muestra en la Fig. 5.2.

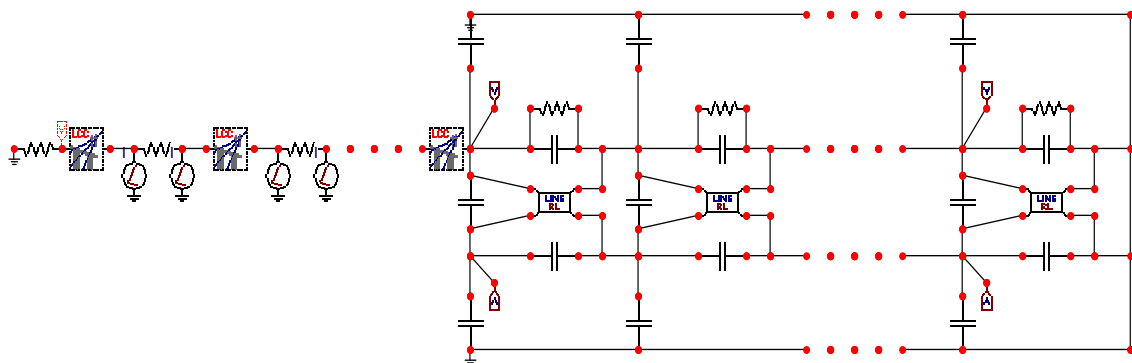


Figura 5.2 Circuito desarrollado en el ATP/EMTP.

5.4 Diagrama a bloques del modelo completo

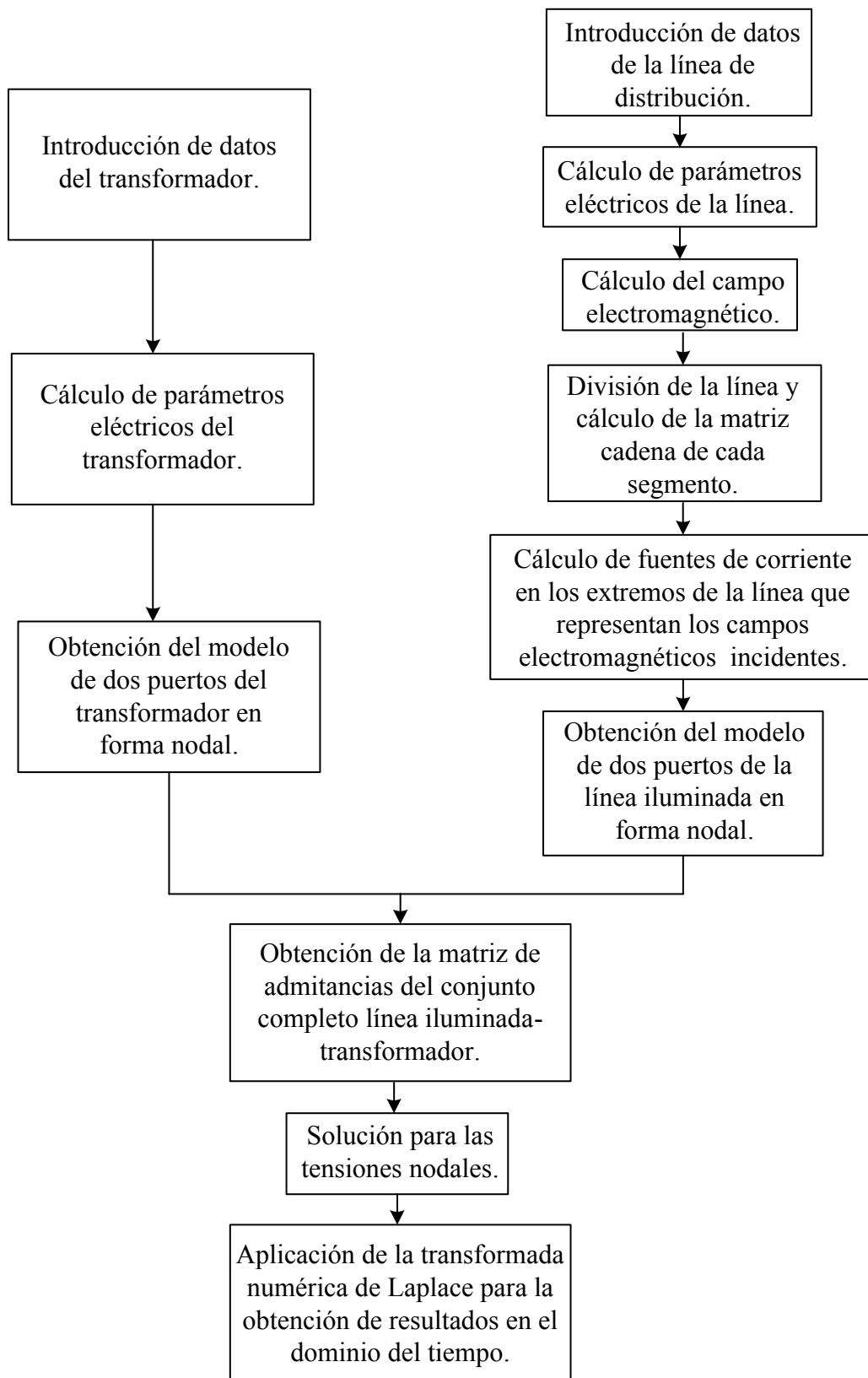


Figura 5.3 Diagrama a bloques del algoritmo del modelo completo.

5.5 Aplicaciones

En esta sección se presentan varios casos de aplicación del modelo descrito. El objetivo del primer ejemplo es mostrar las tensiones transitorias que se propagan a lo largo de los devanados del transformador y su posterior transferencia al lado secundario debido al impacto directo de una descarga atmosférica en una línea de distribución. Por otro lado en el segundo ejemplo se observan las tensiones transitorias en dichos devanados cuando se presenta una descarga atmosférica cercana a la línea. Se considera que la distribución de los campos es uniforme y están definidos por una función dada. Los resultados de ambos ejemplos se validaron con los modelos desarrollados en el programa de simulación ATP/EMTP.

Finalmente el objetivo del tercer ejemplo es determinar las tensiones que se presentan en los devanados del transformador considerando que la descarga atmosférica incide en diferentes puntos cercanos a la línea. Se considero que la distribución de los campos generados por la descarga es no uniforme y se calcularon a partir de la técnica descrita en la sección 3.3.

5.5.1 Transferencia de la sobretensión producida por una descarga atmosférica directa sobre la línea

Para este caso de estudio se utilizó una configuración de línea de distribución monofásica uniforme; sus datos y características respectivas son las descritas en la Tabla 3.2. Se conectó una resistencia de $452\ \Omega$ en el extremo A (equivalente a la impedancia característica de la línea), mientras que el extremo B se conectó al inicio del devanado primario del transformador. La descarga atmosférica impacta la línea a 100 m del transformador, como se observa en la Fig. 5.4. Se asume que el sistema no tiene hilos de blindaje o bien, una falla de los mismos, ya que el objetivo de este ejemplo es mostrar las magnitudes de tensión que podrían alcanzarse teóricamente ante una descarga atmosférica directa al conductor.

La fuente que representa la descarga directa es una onda del tipo doble rampa lineal, con una magnitud de 10 kA, un tiempo de frente de onda y de valor medio de la cola de la onda de $1.2\ \mu\text{s}$ y $50\ \mu\text{s}$, respectivamente.

Se consideró un transformador monofásico de 3000 KVA, 34500/480 V, 60 Hz; sus parámetros por unidad de longitud son los mismos que se presentaron en el ejemplo de la sección 4.6.2. Para ambos devanados se asume que:

$$\frac{\alpha^2}{l^2} = \frac{C_{gk}}{C_{sk}} = 10$$

La longitud del devanado analizada es de 11.7160 m, dividida en 4 segmentos iguales, tal como se muestra en la Fig. 5.4. Los resultados fueron comparados con el modelo implementado en el programa de simulación ATP/EMTP.

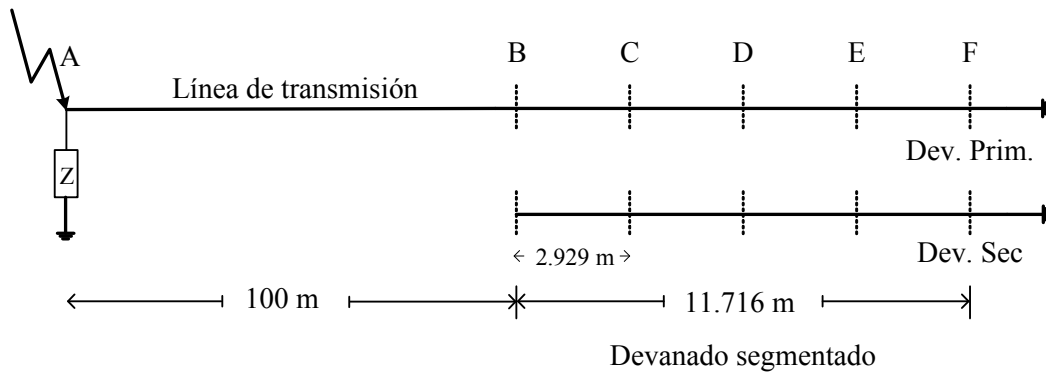


Figura 5.4 Configuración del modelo completo para una descarga atmosférica directa.

En la Fig. 5.5 y 5.6 se muestran las sobretensiones que se presentan en cada uno de los nodos del devanado (B, C, D y E). En las Figs. 5.7 y 5.8 se muestran las sobretensiones que se presentan en el punto C del devanado primario y secundario y su comparación con el modelo desarrollado en el ATP/EMTP.

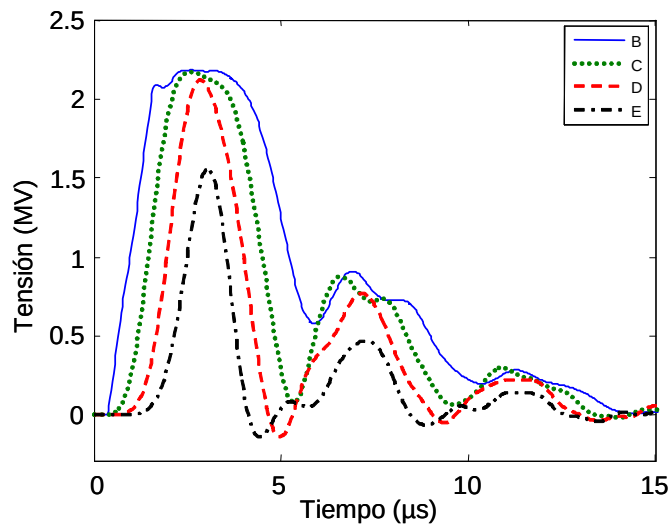


Figura 5.5 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario.

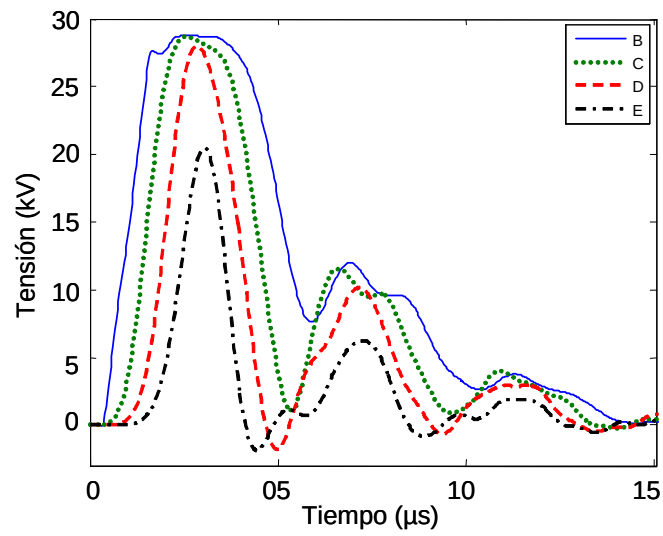


Figura 5.6 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario.

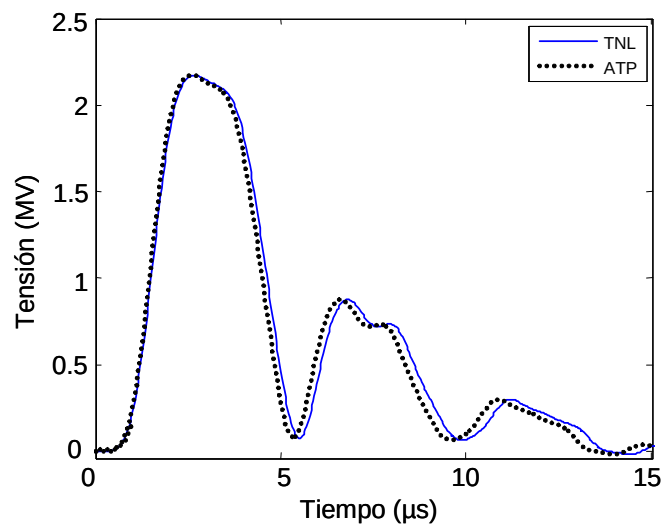


Figura 5.7 Tensión transitoria en el punto C a lo largo del devanado primario.

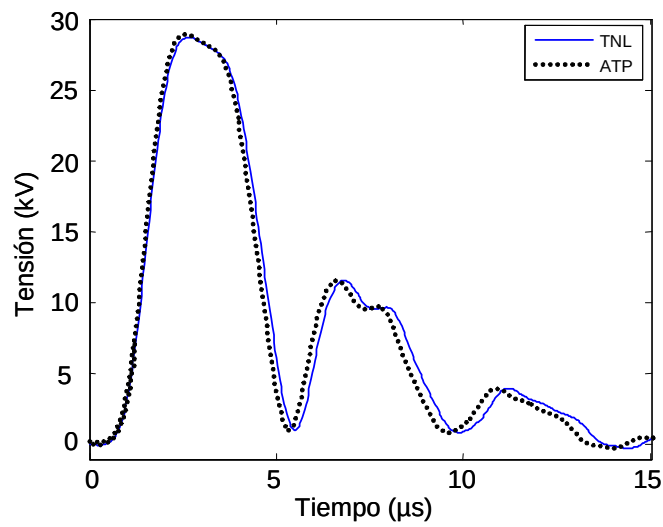


Figura 5.8 Tensión transitoria en el punto C a lo largo del devanado secundario.

5.5.2 Análisis de la transferencia de sobretensiones inducidas por descargas atmosféricas indirectas considerando campo electromagnético uniforme

Para este caso de estudio se utilizó una configuración de línea de distribución monofásica uniforme de 500 m de longitud; sus datos y características respectivas son las descritas en la Tabla 3.2. Se conectó una resistencia de $400\ \Omega$ en el extremo A de la línea mientras que el extremo B se conectó al inicio del devanado primario del transformador. Se consideró la incidencia de una onda electromagnética uniforme propagándose en la dirección de $-y$, debido a lo cual $E_y = 0$ y por lo tanto $I_F(z,s) = 0$. Por otro lado, $V_F(z,s)$ se representa por una forma de onda del tipo doble rampa lineal, con una magnitud de 1 V/m, tiempo de frente de onda y de valor medio de la cola de la onda de 1.2 μs y 50 μs respectivamente. Aunque esta forma de onda no representa el comportamiento de una descarga indirecta, su objetivo es probar el funcionamiento del modelo completo de forma teórica.

Se consideró un transformador monofásico de 15 MVA, 34.5/13.8 kV, 60 Hz; sus parámetros por unidad de longitud son los mismos que se presentaron en el ejemplo de la sección 4.6.1. Para ambos devanados se asume la misma relación entre las capacitancias serie y a tierra del ejemplo anterior.

Para este caso la longitud del devanado analizada es de 10 m, dividida en 4 segmentos iguales. Los resultados fueron comparados con el modelo implementado en el programa de simulación ATP/EMTP.

En las Figs. 5.9 y 5.10 se muestran las sobretensiones que se presentan en cada uno de los nodos del devanado, mientras que en las Figs. 5.11 y 5.12 se muestran las sobretensiones que se presentan en el punto C del devanado primario y secundario y su comparación con el modelo desarrollado en el ATP/EMTP.

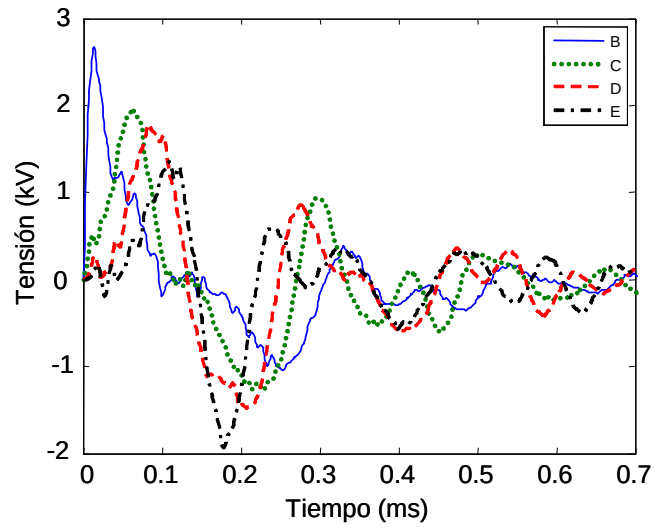


Figura 5.9 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario.

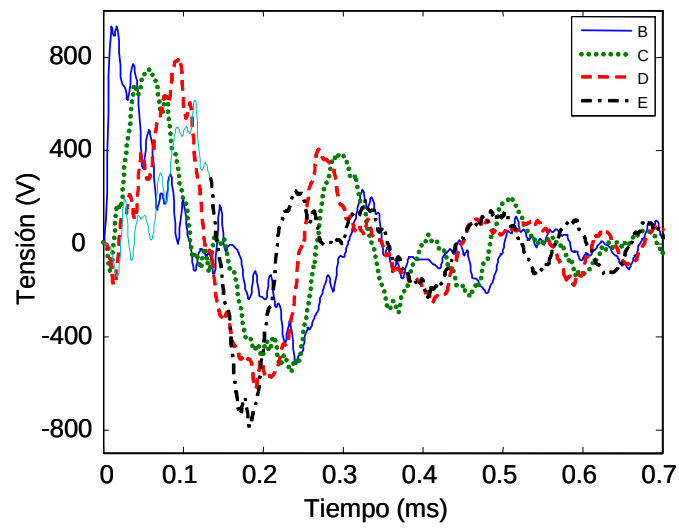


Figura 5.10 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario.

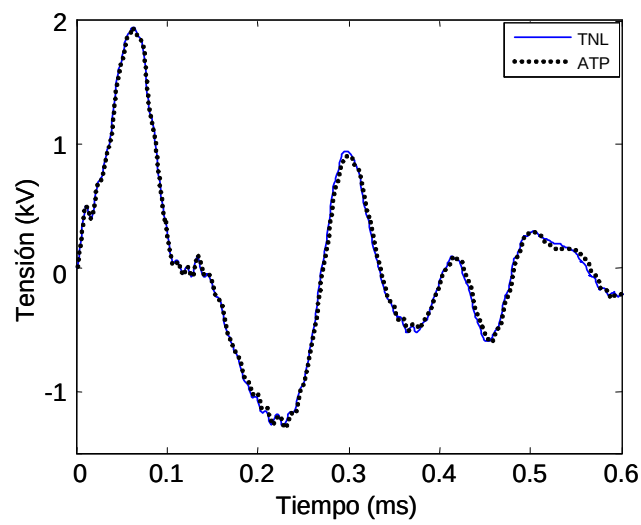


Figura 5.11 Tensión transitoria en el punto C del devanado primario.

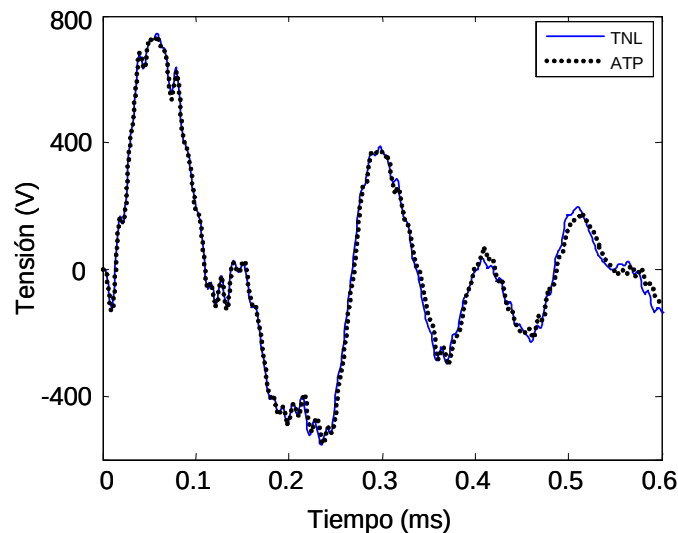


Figura 5.12 Tensión transitoria en el punto C del devanado secundario.

5.5.3 Análisis de la transferencia de sobretensiones inducidas por descargas atmosféricas indirectas considerando campo electromagnético no uniforme

En los siguientes ejemplos se analiza la propagación y la transferencia de las sobretensiones generadas por una descarga atmosférica que impacta el terreno cercano a la línea. Los datos de la línea son los presentados en la Tabla 3.2 y la configuración del circuito se muestra en la Fig. 5.1. Se conectó una resistencia de 452Ω en el extremo emisor. El campo electromagnético producido por la descarga atmosférica se distribuye de manera no uniforme.

En la sección 3.5.2 se presentaron 3 casos de análisis diferentes para las sobretensiones que se presentan debido al fenómeno de la línea iluminada; en esta sección se consideraron 3 casos similares:

Caso 1. La distancia más corta entre la línea y el canal de descarga es de 50 m del extremo A en el eje z, como se muestra en la Fig. 5.1. El parámetro x_p representa la distancia más corta entre la línea y el canal de descarga en el eje x y toma los valores de 30, 50 y 100 m. Los resultados para este caso en cuanto a las sobretensiones registradas en el extremo A de la línea y en los nodos B a F del devanado primario del transformador, así como para el devanado secundario del transformador, ante la variación de x_p , se muestran en las Figs. 5.13 a 5.18.

Caso 2. La distancia más corta es de 250 m del extremo A en el eje z. x_p toma los mismos valores que en el caso 1. Los resultados para este caso, ante la variación de x_p se muestran en las Figs. 5.19 a 5.24.

Caso 3. La distancia más corta es de 450 m del extremo A en el eje z. x_p toma los mismos valores que en los casos 1 y 2. Los resultados para este caso, ante la variación de x_p se muestran en las Figs. 5.25 a 5.30.

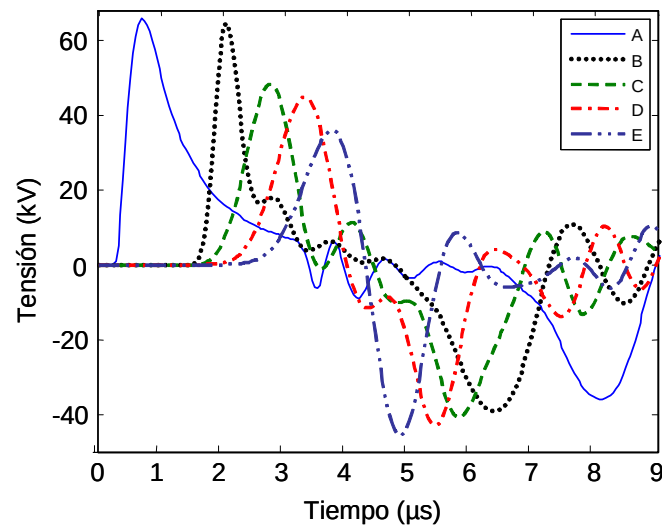


Figura 5.13 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 1 con $x_p = 30$ m.

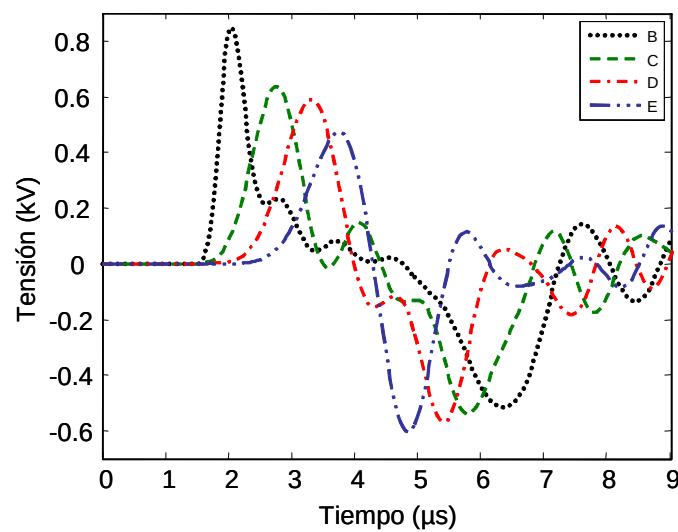


Figura 5.14 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 1 con $x_p = 30$ m.

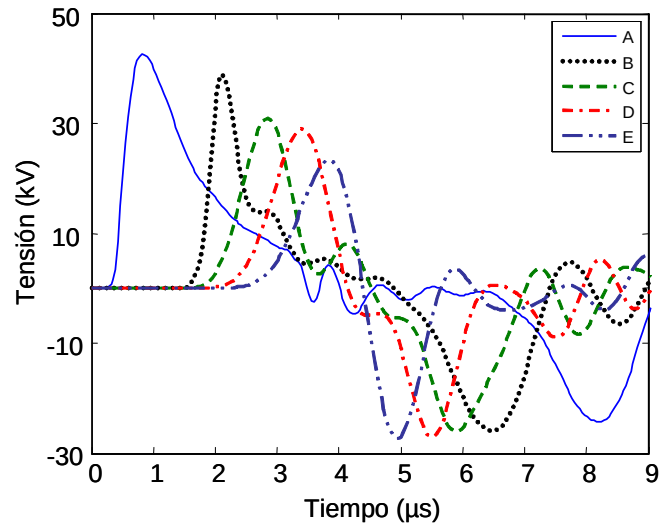


Figura 5.15 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 1 con $x_p = 50$ m.

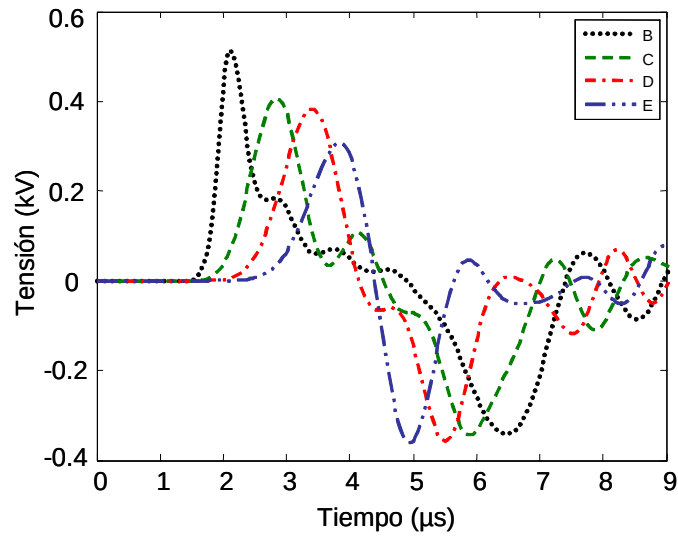


Figura 5.16 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 1 con $x_p = 50$ m.

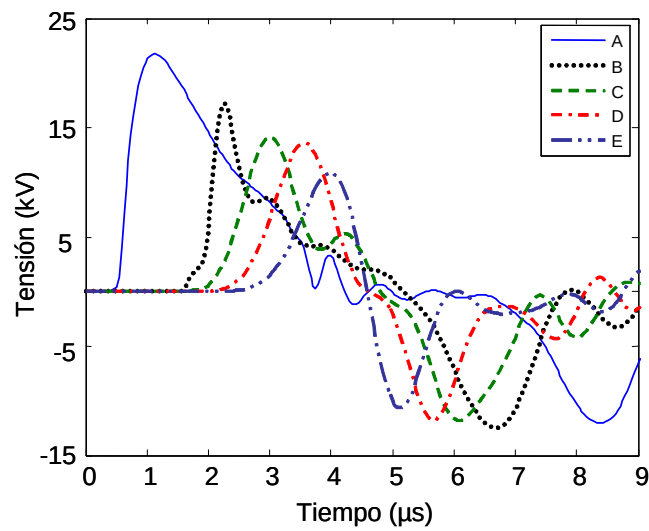


Figura 5.17 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 1 con $x_p = 100$ m.

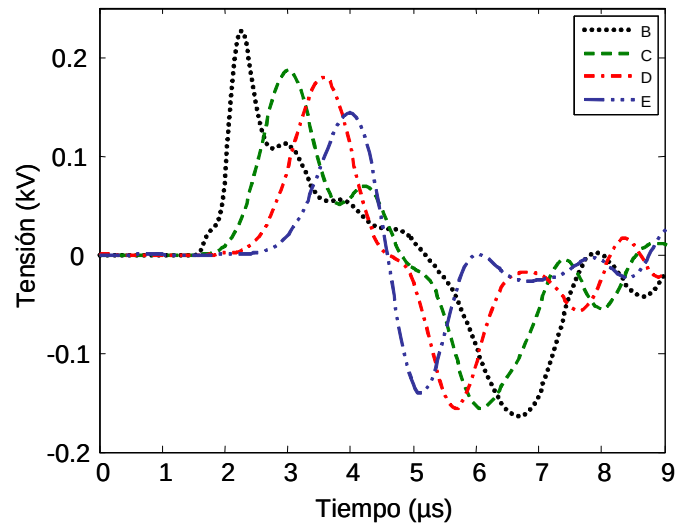


Figura 5.18 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 1 con $x_p = 100$ m.

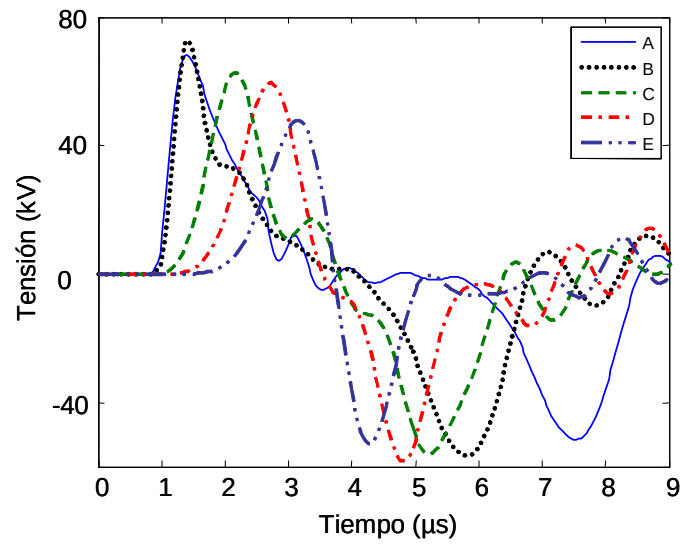


Figura 5.19 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 2 con $x_p = 30$ m.

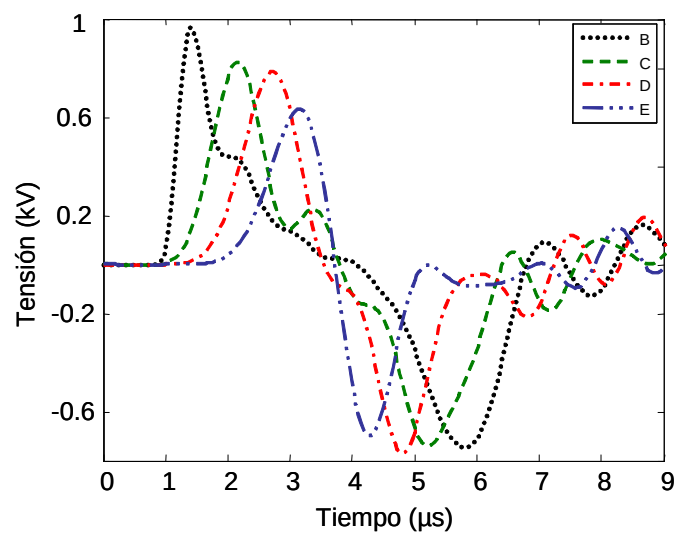


Figura 5.20 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 2 con $x_p = 30$ m.

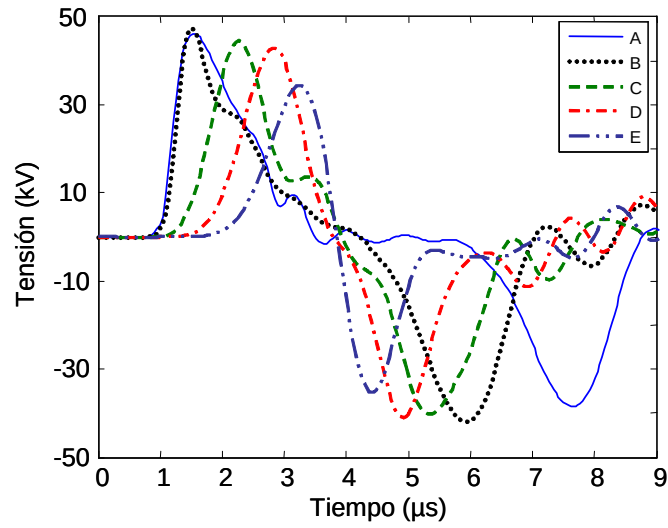


Figura 5.21 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 2 con $x_p = 50$ m.

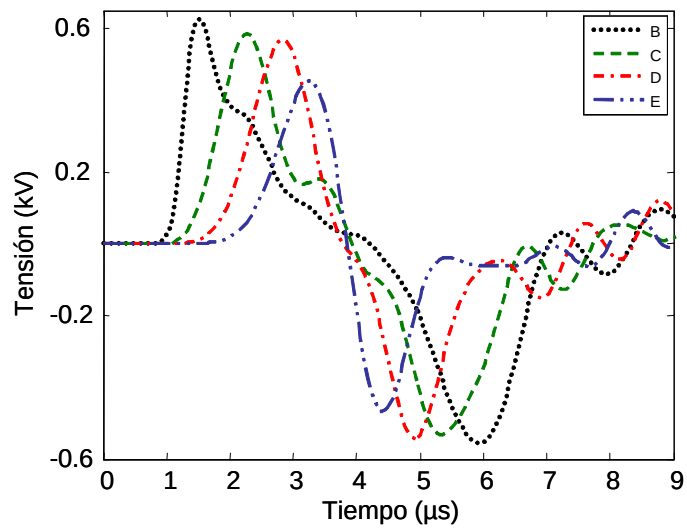


Figura 5.22 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 2 con $x_p = 50$ m.

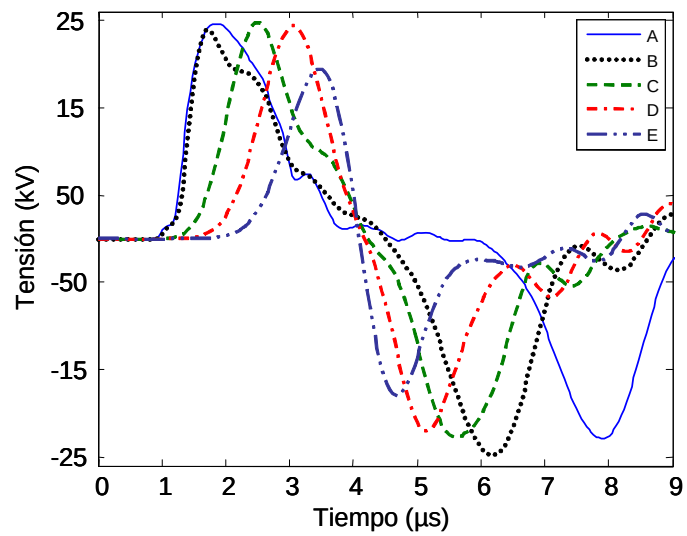


Figura 5.23 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 2 con $x_p = 100$ m.

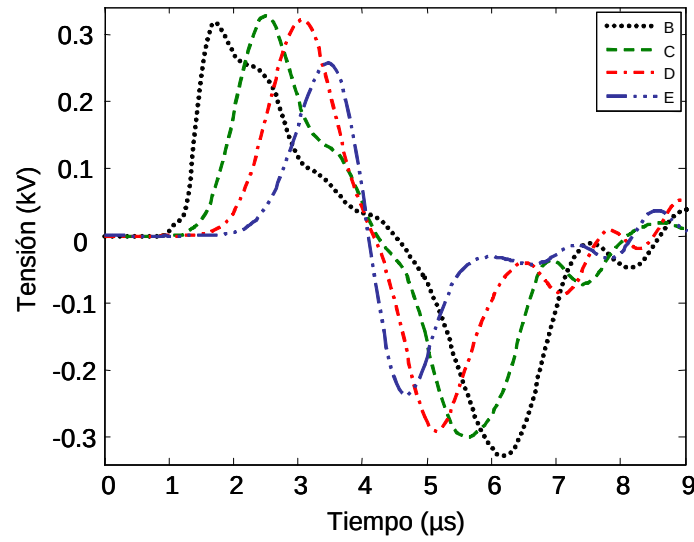


Figura 5.24 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 2 con $x_p = 100$ m.

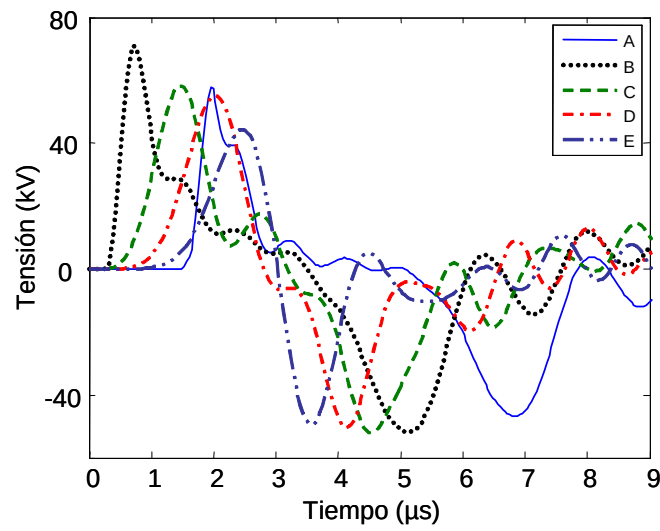


Figura 5.25 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 3 con $x_p = 30$ m.

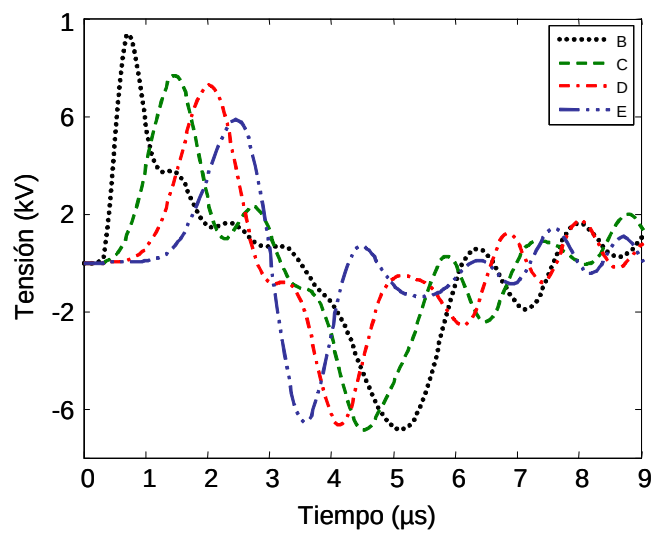


Figura 5.26 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 3 con $x_p = 30$ m.

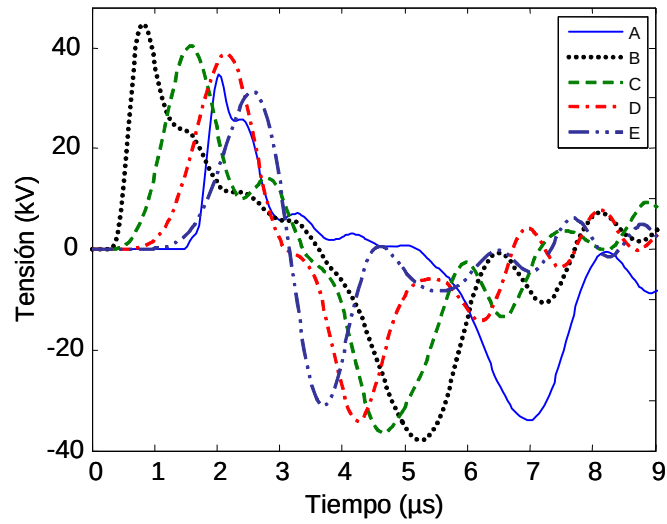


Figura 5.27 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 3 con $x_p = 50$ m.

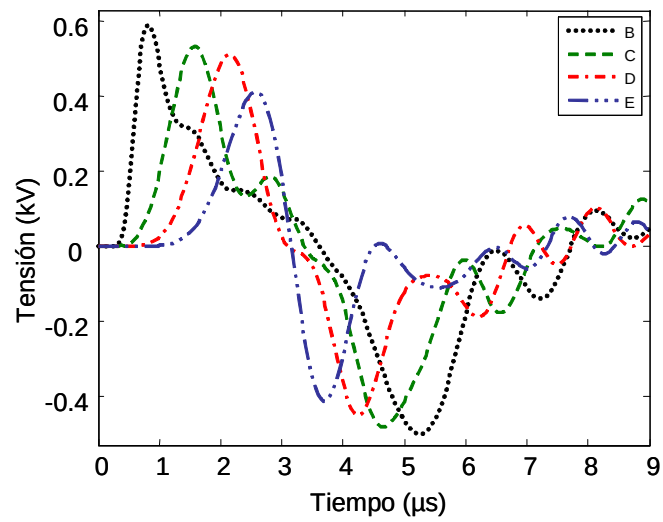


Figura 5.28 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 3 con $x_p = 50$ m.

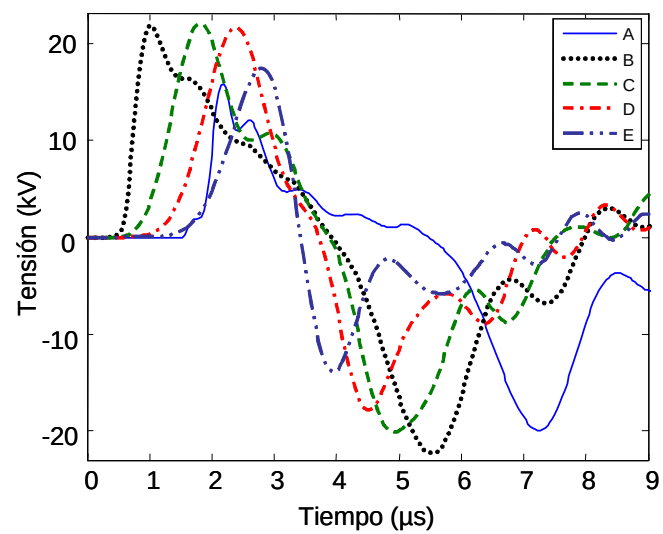


Figura 5.29 Tensión transitoria a lo largo del devanado primario para el caso 3 con $x_p = 100$ m.

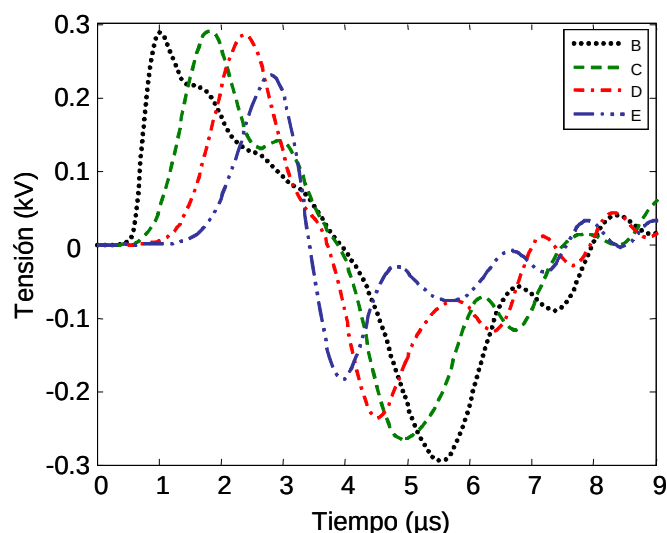


Figura 5.30 Tensión transitoria a lo largo del devanado secundario para el caso 3 con $x_p = 100$ m.

En las Figs. 5.13 a 5.18 se puede observar que las tensiones transitorias en los devanados del transformador presentan un retardo de tiempo mayor que para la tensión en el extremo izquierdo de la línea, el cual está directamente relacionado con la posición en la que la descarga se presenta. Conforme la descarga atmosférica se aleja de la línea dichas tensiones disminuyen y su retardo de tiempo tiende a incrementarse.

En cuanto a las Figs. 5.19 a 5.24, el comportamiento de la línea iluminada es simétrico: las tensiones transitorias que se presentan en el extremo izquierdo y en el derecho que está conectado al inicio del devanado primario del transformador tienen el mismo retardo de tiempo, lo cual se debe a la posición del impacto de la descarga. Al igual que para el caso A, las tensiones tienden a disminuir conforme la descarga se aleja de la línea. En este caso se presentan las tensiones de mayor magnitud en los devanados del transformador.

Finalmente, en las Figs. 5.25 a 5.30 correspondientes al caso C, se muestran las tensiones que se presentan cuando la descarga esta más cerca del transformador. El retardo de tiempo de las tensiones que se propagan a lo largo de los devanados del transformador es menor al que se presenta en el extremo izquierdo de la línea. A pesar de que la descarga incide en un punto más cercano al transformador, las magnitudes de las tensiones no son las mayores de los 3 casos.

En la Tabla 5.1 se muestra un resumen de los resultados obtenidos para los distintos casos analizados. Se presentan las magnitudes de las máximas sobretensiones obtenidas en los devanados primario y secundario del transformador, así como los nodos respectivos.

Tabla 5.1 Magnitud de la máxima tensión presente en los tres casos.

Distancia en el eje z (m)	Distancia en el eje x (m)	Tensión máxima (kV)			
		Devanado Primario	Nodo	Devanado Secundario	Nodo
50 (Caso 1)	30	64.222	(B)	0.8475	(B)
	50	38.871	(B)	0.5134	(B)
	100	17.200	(B)	0.2272	(B)
250 (Caso 2)	30	72.755	(B)	0.9619	(B)
	50	47.341	(B)	0.6263	(B)
	100	24.739	(C)	0.3270	(C)
450 (Caso 3)	30	70.614	(B)	0.9351	(B)
	50	44.727	(B)	0.5911	(B)
	100	22.030	(C)	0.2191	(C)

5.6 Conclusiones

En este Capítulo se describió la implementación de un modelo completo en el dominio de la frecuencia que permite el análisis de la distribución y la transferencia de las sobretensiones transitorias que se presentan en sistemas de distribución debido al efecto de descargas atmosféricas.

Para la validación de resultados se implementó un modelo en el ATP/EMTP el cual, para el caso de la descarga atmosférica indirecta, requiere de la división de la línea en un número de segmentos, colocando fuentes distribuidas de tensión y corriente entre cada uno de ellos. El modelado del transformador es también por medio de segmentos, en este caso de parámetros concentrados. Esta técnica presenta la desventaja de que para

el análisis de diferentes configuraciones se requiere rehacer completamente el caso. Además, el modelo del transformador, al ser de parámetros concentrados, requiere una cantidad importante de segmentos para reproducir las frecuencias más significativas involucradas en el fenómeno. En los ejemplos presentados fue necesario emplear 72 segmentos.

Para el caso de la descarga atmosférica cercana a la línea, considerando las fuentes distribuidas a partir del cálculo de campos electromagnéticos descrito en la sección 3.3, no es posible hacer comparaciones con el ATP/EMTP, debido a que este programa no cuenta con técnicas que permitan el cálculo de dicho campo electromagnético y su inclusión en el circuito. Tampoco es posible incluir directamente formas de onda que no estén definidas analíticamente, tales como las fuentes distribuidas que se consideran en dichos ejemplos.

CAPITULO 6 Conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros

6.1 Conclusiones generales

En este trabajo de tesis se describió e implementó un modelo de parámetros distribuidos de la línea de transmisión para el análisis de sobretensiones transitorias. Este modelo permite tomar en cuenta la posible variación de los parámetros eléctricos de la línea con la longitud (línea no uniforme), así como la inclusión de campos electromagnéticos incidentes (línea iluminada). El modelo se desarrolló en el dominio de la frecuencia, de tal forma que la dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos de la línea, debida al efecto superficial en el propio conductor y en el retorno por tierra, puede tomarse en cuenta de manera directa. La respuesta en tiempo se obtuvo mediante la implementación del algoritmo de la transformada numérica de Laplace.

Adicionalmente, se implementó un modelo de parámetros distribuidos del transformador monofásico en el dominio de la frecuencia que permite al análisis de la propagación y la transferencia de sobretensiones transitorias de alta frecuencia.

Finalmente, mediante la combinación de los modelos de línea y transformador, se obtuvo un modelo que permite el análisis de la propagación de sobretensiones inducidas sobre líneas de distribución por descargas atmosféricas directas e indirectas en los devanados del transformador.

Los modelos descritos se programaron usando el lenguaje MATLAB. Como herramientas auxiliares, se implementaron algoritmos para el cálculo de parámetros de la línea y del transformador, basados en datos geométricos y eléctricos de dichos elementos. También se presentó un algoritmo para calcular los campos electromagnéticos generados por el impacto de una descarga atmosférica cercana a la línea, a partir de valores conocidos de la descarga, tales como su punto de impacto, la forma de onda de corriente en la base del canal, la altura de la nube, entre otros.

Mediante la aplicación de los modelos y algoritmos descritos, fue posible analizar algunos casos de estudio interesantes, tales como:

- Respuesta transitoria de una línea de transmisión uniforme y no uniforme. Se mostró la influencia de la no uniformidad de la línea (catenaria asimétrica para el ejemplo) en la amplitud y forma de onda de la tensión transitoria en el receptor de una línea en vacío.
- Respuesta transitoria de una línea de transmisión excitada por una onda electromagnética plana uniforme. Nuevamente se mostraron diferencias en los resultados para línea uniforme y no uniforme.
- Sobretensiones en los extremos de una línea excitada por una descarga atmosférica cercana. Se analizó particularmente el efecto del punto de impacto de la descarga en la amplitud y forma de onda de las sobretensiones.
- Respuesta transitoria en los devanados de 2 tipos de transformador ante una fuente de tensión ideal del tipo escalón unitario. Se obtuvieron resultados en cuanto a la distribución de potencial en los devanados y la transferencia entre los mismos.
- Sobretensiones en los devanados de un transformador monofásico de distribución ante una descarga directa sobre una la línea a la cual está conectado. Se mostraron las grandes amplitudes de sobretensión que pueden presentarse teóricamente ante un fenómeno de este tipo, en distintos puntos a lo largo de los devanados primario y secundario del transformador.
- Sobretensiones en los devanados de un transformador de distribución ante una descarga indirecta sobre una la línea de transmisión a la cual está conectado. Se mostraron las amplitudes de sobretensión que pueden presentarse ante este fenómeno, en distintos puntos a lo largo de los devanados primario y secundario del transformador y considerando distintas coordenadas del punto de impacto. Aunque mucho menores que en el caso anterior, las magnitudes son aún de consideración.

Los resultados obtenidos en estos casos de aplicación fueron comparados mediante la implementación de los modelos necesarios en el programa de simulación en el dominio del tiempo ATP/EMTP. Se mostró que, dada la falta de modelos directos de línea

iluminada y de transformador de parámetros distribuidos en este programa (y otros similares), el desarrollo de circuitos para realizar los análisis descritos es complicado. Por lo tanto, la implementación de modelos más prácticos y de aplicación directa en programas comerciales de tipo EMTP es altamente deseable, de manera que los desarrollos en esta tesis pueden servir de base para obtener en el futuro modelos aplicables a estos programas.

6.2 Aportaciones

- El modelo presentado del transformador, basado en la teoría de la línea de transmisión, considera tanto la naturaleza distribuida de sus parámetros eléctricos como la transferencia entre los devanados primario y secundario. Este modelo ha sido empleado previamente para análisis de respuesta en frecuencia por otros autores; sin embargo, se emplea por primera vez en este trabajo para análisis transitorio con muy buenos resultados.
- La técnica implementada para el cálculo de los campos electromagnéticos debidos a una descarga atmosférica indirecta, se desarrolla en el dominio de la frecuencia, a diferencia de trabajos previos, lo cual vuelve la solución más sencilla al obtenerse ecuaciones algebraicas en lugar de ecuaciones integrodiferenciales.
- Se presenta un modelo completo en el dominio de la frecuencia de un sistema línea de transmisión (uniforme y no uniforme) – transformador, para analizar descargas atmosféricas directas e indirectas y su transferencia al lado de baja tensión. En el modelo obtenido es mucho más sencillo considerar diferentes casos de aplicación que en programas comerciales de tipo EMTP, en los cuales la modificación de un caso requeriría volver a definir tanto el modelo de la línea (para el caso de descarga indirecta) como el modelo del transformador.

6.3 Recomendaciones para trabajos futuros

- Extensión de los modelos al caso multiconductor.

- Inclusión del acoplamiento inductivo entre vueltas de los devanados en el modelo del transformador de parámetros distribuidos.
- Analizar la precisión en el cálculo de los parámetros eléctricos del transformador mediante el uso de programas de cálculo de campos magnéticos (elemento finito o similar) en 2 o 3 dimensiones, ya que se observó que existe muy poca bibliografía relacionada con este cálculo para modelos del transformador en altas frecuencias, como el que se presenta en este trabajo.
- La validación de los modelos empleados en el presente trabajo y de sus resultados se logró únicamente mediante comparaciones con el programa comercial ATP/EMTP. Es importante realizar en el futuro comparaciones de los resultados obtenidos respecto a pruebas experimentales propias o desarrolladas por otros autores, o bien, con mediciones de campo obtenidas previamente.

REFERENCIAS

- [1] **A. Greenwood**, “Electrical Transients in Power Systems”. Second edition, John Wiley & Sons, Inc.
- [2] **L. A. Siegert C.**, “Alta Tensión y Sistemas de Transmisión”. LIMUSA. México D. F. 1989.
- [3] Electromagnetic Transient Program (EMTP – Theory Book), Portland, USA , July 1995.
- [4] **J. K. Snelson**, “Propagation of Travelling Waves on Transmission Lines-Frequency Dependent Parameters”, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-91, pp. 85-91, January 1972.
- [5] **A. Semlyen and A. Dabuleanu**, “Fast and Accurate Switching Transient Calculations on Transmission Lines with Ground Return Using Recursive Convolutions”, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-94, March/April 1975.
- [6] **J. Martí**, “Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations”, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-101, no. 1, January 1982.
- [7] **L. Martí**, “Simulation of Transients in Underground Cables with Frequency-Dependent Modal Transformation Matrices”, IEEE Trans. Power Delivery, vol. 3, no. 3, July 1988.
- [8] **B. Gustavsen and A. Semlyen**, “Combined Phase Domain and Modal Domain Calculation of Transmission Line Transients Based on Vector Fitting”, IEEE Trans. Power Delivery, vol. 13, no. 2, April 1998.
- [9] **A. Morched, B. Gustavsen and M. Tartibi**, “A Universal Model for Accurate Calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables”, IEEE Trans. Power Delivery, vol. 14, no. 3, July 1999.
- [10] **P. Moreno, P. Gomez and Jose L. Naredo and J. L. Guardado**, “Frequency Domain Transient Analysis of Electrical Networks Including Non-Linear Conditions” Electrical Power and Energy Systems 27 (2005) 139–146.

- [11] **R. Courant, K. Friederichs and H. Lewy**, “On Partial Difference Equations of Mathematical Physics”, IBM Journal 11, 1967.
- [12] **S. J. Day, N. Mullineux and J. R. Reed**, “Developments in Obtaining Transient Response Using Fourier Transform, part I: Gibbs Phenomena and Fourier Integrals”, Int. J. Elect. Enging. Educ. vol. 3, 1965.
- [13] **C. D. Taylor**, “On Electromagnetic-Field Excitation of Unshielded Multiconductor Cables”, IEEE. Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. EMC-20, no. 4, November 1978.
- [14] **V. Cooray**, “Calculating lightning-Induced Overvoltages in Power Lines: A Comparison of Two Coupling Models”, IEEE, Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 36, no. 3, August 1994.
- [15] **C. Paul**, “A Spice Model For Multiconductor Transmission Line Excited by an Incident Electromagnetic Field”, IEEE, Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 36, no. 4, November 1994.
- [16] **C. Paul**, “Literal Solution for the Time-Domain Response of a Two-Conductor Transmission Line Excited by an Incident Electromagnetic Field”, IEEE, Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 37, no. 2, May 1995.
- [17] **C. A. Nucci**, “Comparison of Two Coupling Models for lightning-Induced Overvoltage Calculation”, IEEE, Transaction on Power Delivery, vol. 10, no. 1, January 1995.
- [18] **M. Omid, Y. Kami and M. Hayakawa**, “Field Coupling to Nonuniform and Uniform Transmission Line”, IEEE. Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 39, no. 3, August 1997.
- [19] **J. O. Paulino, A. E. de Araújo and G. C. de Miranda**, “Lightning Induced Voltage Calculation in Lossy Transmission Line“ IEEE, Transactions on Magnetic, vol. 34, no. 5, September 1998.
- [20] **V. Cooray and V. Scuka**, “Lightning-Induced Overvoltages in Power Lines: Validity of Various Approximations Made in Overvoltage Calculations” IEEE, Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 40, no. 4, November 1998.

- [21] **I. Erdin, A. Dounavis, R. Achar and M. S. Nakhla**, “A SPICE Model For Incident Field Coupling to lossy Multiconductor Transmission Line”, IEEE, Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 43, no. 4, November 2001.
- [22] **M. S. Mamis and M. Köksal**, “Lightning Surge Analysis Using Nonuniform, Single-Phase Line Model” IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib. vol. 148, no. 1, January 2001.
- [23] **P. Gomez, P. Moreno and J. L. Naredo**, “Frequency-Domain Transient Analysis of Nonuniform Lines With Incident Field Excitation”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20 no. 3, July 2005.
- [24] **G. Shinh, N. Nakhla, R. Achar, M. Nakhla and I. Erdin**, “Analysis of Multiconductor Transmission Lines with Frequency-Dependent Parameters and Incident Electromagnetic Fields” IEEE, 0-7803-8846-1/05 (C) 2005.
- [25] **G. Shinh, N. Nakhla, R. Achar, M. Nakhla, A. Dounavis and I. Erdin**, “Fast Transient Analysis of Incident Field Coupling to Multiconductor Transmission Lines”, IEEE. Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 48, no. 1, February 2006.
- [26] **M. M. Saied**, “Effect of Transformer Size and Neutral Treatments on the Electromagnetics Transient in transformer Substations”, 0-7803-1877-3/94, IEEE 1994.
- [27] **Y. Shibuya, S Fijita and N. Hosokawa**, “Analysis of Very Fast Transient Overvoltages in Transformer Windings”, IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib. vol. 144, no. 5, September 1997.
- [28] **H. Rodrigo and H. Q. S. Dang**, “Behavior of Transformer Windings Under Voltages”, High Voltage Engineering Symposium, IEE Conference Publication, no, 467, pp. 1287-1290, 1999
- [29] **A. S. Al-fuhaid**, “Frequency Characteristics of Single Phase Two Winding Transformer Using Distributed Parameter Modeling”, IEEE Trans. Power Delivery, vol. 16, no. 4, pp.637-642. October 2001.
- [30] **M. Saied and A. S. Al-fuhaid**, “Frequency Response of Two-Winding Transformers Obtained by a Distributed –Parameter s-Domain Method”, Electric Power Components an Systems, vol. 32, pp. 755-766, 2004.

- [31] **D. Juárez**, “Análisis de la Distribución de la Tensión de Impulso en Devanados de Transformadores Tipo Columna”, Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional. México, D. F., 2002.
- [32] **F. Quiñónez**, “Modelado de Devanados de Transformadores para el Análisis de Transitorios Electromagnéticos en el Dominio del Tiempo” Tesis de Maestría. CINVESTAV – IPN. Guadalajara Jalisco 2003.
- [33] **G. Liang, H. Sun, X. Zhang and X. Cui**, “Study on Parameters Calculation and Order Reduction of Transformer Model”, International Conference on Power System Technology-Powercon 2004.
- [34] **M. Popov, L. Van der Luis, R. P. Smeets and J. L. Roldan**, “Analysis of Very Fast Transient in Layer-Type Transformer Windings” IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 22 no. 1, January 2007.
- [35] **K. Ragavan and L. Satish**, “An Efficient Method to Compute Transfer Function of a Transformer From its Equivalent Circuit”, Transaction on Power Delivery, vol. 20, no. 2, April 1995.
- [36] **M. Saied and A. S. Al-fuhaid**, “Electromagnetic Transient in a Line Transformer Cascade by a Numerical Laplace Transform Technique”. IEEE Trans. On Power Apparatus and System, vol. PAS-104, October 1985.
- [37] **J. G. Herrera, E. Peres and H. Torres**, “Statistical Evaluation of Transferred Voltages Through Transformers Due to Lightning Induced Overvoltages” Powerteach Conference, Bologna, Italy, June 2003.
- [38] **A. Borghetti**, “Lightning-Induced Overvoltages Transferred from Medium-Voltage to Low-Voltage Networks”, Proc. IEEE Power Tech, St. Petersburg, Russia, January. 27-30, 2005.
- [39] **D. G. Fink and H. W. Beaty**, “Manual de Ingeniería Eléctrica” Decimotercera edición. Ed. Mc Graw Hill. Méx. 1995.
- [40] **S. K. Das and W. T. Smith**, “Incident Field Coupling Analysis of Multiconductor Pansmission Lines Using Asymptotic Waveform Evaluation”, 0-7803-3207-5/96, 1996 IEEE.
- [41] **A. Galvan, V. Cooray and R. Thottappillil**, ”A Technique for the Evaluation of Lightning-Induced Voltage in Complex Low-Voltage Power-installation Networks”, Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 43, no. 3, August 2001.

- [42] **A. K. Agrawal, H. J. Price and S. H. Gurbaxani**, “Transient Response of a Multiconductor Transmission Line Excited by a Nonuniform Electromagnetic Field,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. EMC-22, no.2, pp. 119–129, May 1980.
- [43] **F. Rachidi**, “Formulation of the Field-to-Transmission Line Coupling Equations in Terms of Magnetic Excitation Field,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 35, no. 3, pp. 404–407, Aug.
- [44] **J. G. HERRERA**, “Nuevas Aproximaciones en el Cálculo de Tensiones Inducidas por Descargas Eléctricas Atmosféricas” Tesis de Doctorado, Bogota DC. Colombia, 2006.
- [45] **C. Nucci, F. Rachidi, M. V. Lanozo and C. Mazzetti**, “Lightning–Induced on Overhead Line”. *IEEE, Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 35, no. 1, February 1993.
- [46] **V. Cooray**, “Some Considerations on the Cooray–Rubinstein Formulation Used in Deriving the Horizontal Electric Field of Lightning Return Strokes Over Finitely Conducting Ground”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 44, no. 4, November 2002.
- [47] **F. Heidler, J. M. Cvetic, and B. V. Stanic**, “Calculation of Lightning Current Parameters,” *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 14, pp. 399–404, Apr. 1999.
- [48] **K. Huehara and G. Ohwa**, “Investigation of Lightning Damages on Distribution Lines”, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-87, pp. 1018-1025, 1968.
- [49] **E. E. Staff del M.I.T.**, “Circuitos Magnéticos y Transformadores”. Ed. Reverte, México 1981.
- [50] **Avelino P.**, “Transformadores de Distribución”. Segunda Edición, Ed. Reverté, S. A. 2001.
- [51] **Kosow I. L.**, “Máquinas Eléctricas y Transformadores ”. Ed. Reverté S. A. 1994.
- [52] **G. Liang, H. Sun, X. Zhang and X. Cui**, “Modeling of Transformer Windings Under Very Fast Transient Overvoltages”, *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, vol. 48, no. 4, November 2006.

- [53] **O. Honorati and E. Santini**, “New Approach to the Analysis of Impulse Voltage Distribution in Transformer Windings”, IEE, vol. 137, Pt. C, no. 4, pp. 283-290, July 1990.
- [54] **B. Vahidi and J. Beiza**, “Using Pspice in Teaching Impulse Voltage Testing of Power Transformer to Senior Undergraduate Students”, IEEE Transaction on Education, vol. 48, no. 2, May 2005.
- [55] **M. A. Santos, V. Venegas and R. A. Gonzáles**, “Modelado de Transformadores de Potencia Para el Análisis de la Distribución de Tensiones Transitorias” IEEE Sección México RVP Acapulco Gr. July 2007.
- [56] **F. Quiñónez, P. Moreno, A. Chávez and J. Naredo**, “Analysis of Fast Transient Overvoltages in Transformers Windings Using The Method of Characteristics”, North American Power Symposium (NAPS), College Station, Texas, USA, October 15-16, 2001.
- [57] **P. Gómez and F. A. Uribe**, "On the Application of the Numerical Laplace Transform For Accurate Electromagnetic Transient Analysis", Rev. Mex. Fis., vol. 53, no. 3, pp. 198-204, June 2007.
- [58] **A. Ramirez, P. Gómez, P. Moreno and A. Gutierrez**, “Frequency Domain Analysis of Electromagnetic Transients Through the Numerical Laplace Transforms”, IEEE. Power Engineering Society General Meeting, vol.16-10, p.p.1136 – 1139. 2004.
- [59] **S. V Kulkarni and S. A Khaparde**, “Transformer Engineering: Design and Practice”, Marcel Dekker, 2004.
- [60] **J. L. Guardado and K. J. Cornick**, “A Computer Model for Calculating Steep-Fronted Surge Distribution in Machine Windings”, IEEE Trans. Energy Conversion, vol. 4, no. 1, pp. 95-101, 1989.
- [61] **D. J. Wilcox**, “Numerical Laplace Transformation and Inversion”, Int. J. Elect. Enging. Educ., vol 15, pp. 247-265, 1978.
- [62] **L. M. Wedepohl**, “Power System Transients: Errors Incurred in the Numerical Inversion of the Laplace Transform”, Proc. of the 26th Midwest Symposium on Circuits and Systems, Agosto 1983.
- [63] **P. Chowdhuri**, “Electromagnetic transient in power system” Research studies press: institute of physics, 2nd ed, 2004.

Apéndice A

Transformada Numérica de Laplace

A.1 Introducción

Existen muchos problemas prácticos que presentan gran dificultad para resolverse de forma analítica. La Transformada de la Laplace ha demostrado ser una solución viable para resolver este tipo de problemas. Una de sus ventajas más significativas radica en que una ecuación integro–diferencial se puede expresar como ecuación algebraica en el dominio de Laplace, la cual es mucho más sencilla de resolver que en el dominio del tiempo. Sin embargo, la aplicación de esta transformada suele ser limitada debido a que sólo se aplica a sistemas lineales e invariantes en el tiempo; además, existen funciones que no están definidas analíticamente sino por medio de graficas o en forma discretizada lo que hace que sea imposible utilizarla. En estos casos, los algoritmos de transformación numérica pueden ayudarnos en la solución de problemas prácticos [58, 59].

A.2 Transformada de Laplace

La Transformada de Laplace de una función $f(t)$ real y causal se define por:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (\text{A.1})$$

Mientras que la transformada inversa de Laplace es:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c_w - j\infty}^{c_w + j\infty} F(s) e^{st} ds \quad (\text{A.2})$$

Para $s = c_w + j\omega$, se tiene que:

$$F(c_w + j\omega) = \int_0^{\infty} [f(t)e^{-c_w t}] e^{-j\omega t} dt \quad (\text{A.3})$$

$$f(t) = \frac{e^{c_w t}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(c_w + j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (\text{A.4})$$

donde c_w es una constante de amortiguamiento y ω es la frecuencia angular.

Considerando un sistema causal, un rango de integración finito $[0, T]$, $[0, \Omega]$ y agregando la función ventana $\sigma(\omega)$ a (A.4), se tienen las ecuaciones siguientes que definen las transformadas directa e inversa de Laplace:

$$F(c_w + j\omega) = \int_0^T F(t) e^{-c_w t} e^{-j\omega t} d\omega \quad (\text{A.5})$$

$$f(t) = \frac{e^{c_w t}}{\pi} \text{Re} \left[\int_0^{\Omega} F(c_w + j\omega) \sigma(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right] \quad (\text{A.6})$$

Para $\omega = 0$ las ecuaciones (A.5) y (A.6) presentan problemas numéricos debido a que $F(j\omega)$ presenta singularidades en ese punto [54]. Debido a esto ω se evalúa para frecuencias impares $(\Delta\omega, 3\Delta\omega, 5\Delta\omega, \dots)$, y el rango de integración se divide en intervalos de $2\Delta\omega$. Considerando los puntos anteriores la ecuación (A.5) y (A.6) pueden evaluarse numéricamente para N muestras como:

$$F_m = \sum_{n=0}^{N-1} f_n D_n \exp\left(-\frac{2j\pi mn}{N}\right), \quad m = 1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{A.7})$$

$$f_n = \text{Re} \left[C_n \sum_{m=0}^{N-1} F_m \sigma_m \exp\left(\frac{2j\pi mn}{N}\right) \right], \quad n = 1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{A.8})$$

donde:

$$F_m = F[c_w + j(2m+1)\Delta\omega] \quad (\text{A.9a})$$

$$f_n = f(n\Delta\omega) \quad (\text{A.9b})$$

$$D_n = \Delta t \exp\left(-c_w n \Delta t - \frac{j\pi n}{N}\right) \quad (\text{A.9c})$$

$$C_n = \frac{2\Delta\omega}{\pi} \exp\left(c_w n \Delta t + \frac{j\pi n}{N}\right) \quad (\text{A.9d})$$

$$\sigma_m = \sigma[(2m+1)\Delta\omega] \quad (\text{A.9e})$$

$$\Delta\omega = \frac{\pi}{T}, \quad \Delta t = \frac{T}{N} \quad (\text{A.9f}), (\text{A.9g})$$

y además:

$\Delta\omega$ = paso de discretización del espectro

Δt = paso de discretización de $f(t)$

Las ecuaciones (A.7) y (A.8) permiten emplear el algoritmo de Transformada Rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) disminuyendo así el proceso de cómputo significativamente, siempre que el número de muestras sea $N = 2^n$, con n entero y positivo.

A.3 Errores que se presentan por la inversión de la transformada numérica de Laplace

La evaluación numérica de (A.8) produce 2 tipos de errores: oscilaciones de *Gibbs* debidas al truncamiento del rango del espectro continuo de frecuencia y *aliasing* debido a la discretización [54]. El error por truncamiento puede reducirse mediante la inclusión de una función “ventana” $\sigma(\omega)$, mientras que el *aliasing* se reduce suavizando la respuesta en frecuencia del sistema mediante una elección adecuada del factor de amortiguamiento c . En este trabajo se emplea la ventana de Hanning:

$$\sigma(\omega) = \frac{1 + \cos(\pi\omega/\Omega)}{2} \quad (\text{A.10})$$

y la forma empírica propuesta por Wilcox [61] para el coeficiente de amortiguamiento

es la siguiente:

$$c_w = 2\Delta\omega \quad (\text{A.11})$$

Otra forma propuesta para evaluar el coeficiente de amortiguamiento es la propuesta por Wedephol [62] la cual es la siguiente:

$$c_w = \frac{\ln(N^2)}{T} \quad (\text{A.12})$$

Apéndice B

Cálculo de parámetros de la línea de transmisión monofásica por unidad de longitud

B.1 Inductancia geométrica

Para el cálculo de la inductancia geométrica se utiliza el método de las imágenes mostrado en la Fig. B.1(a), asumiendo que el retorno por tierra es un conductor perfecto. El concepto de inductancia es representado por la siguiente ecuación:

$$L = \frac{\Psi}{I} \quad (\text{B.1})$$

Ψ es el flujo magnético e I la corriente en el conductor. Del método de las imágenes se obtiene:

$$\Psi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left(\frac{2h - r_{cond}}{r_{cond}} \right) \quad (\text{B.2})$$

h es la altura del conductor, r_{cond} es el radio del conductor y μ_0 es la permeabilidad en el vacío.

Para una línea de transmisión se tiene que $r_{cond} \ll 2h$, por lo que Ψ puede aproximarse por:

$$\Psi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left(\frac{2h}{r_{cond}} \right) \quad (\text{B.3})$$

Combinando las ecuaciones (B.3) y (B.1):

$$L_g = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{2h}{r_{cond}} \right) \quad (\text{B.4})$$

donde L_g es la inductancia geométrica.

B.2 Inductancia debida al retorno por tierra

Para el cálculo de la inductancia debida al retorno por tierra se utiliza el método de las imágenes complejas, el cual considera la profundidad de penetración en el plano de tierra, tal y como se muestra en la Fig. B.1(b). Se asume que las corrientes de retorno por tierra se concentran en un plano ficticio paralelo al plano de tierra y localizado a una profundidad de penetración compleja. La siguiente expresión representa dicho concepto:

$$p_c = \sqrt{\frac{\rho_s}{s\mu_s}} \quad (\text{B.5})$$

donde s es la variable de Laplace dada por $s = j\omega$ (ω es la frecuencia), ρ_s es la resistividad del suelo y μ_s es la permitividad del terreno. Considerando p , la inductancia de retorno por tierra y geométrica se calcula como:

$$L_{gt} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left[\frac{2(h + p_c)}{r_{cond}} \right] \quad (\text{B.6})$$

La inductancia L_{gt} puede expresarse como la suma de un término debido a la geometría de la línea (L_g , definido en (B.4)) y otro debido al retorno por tierra (l_t):

$$L_{gt} = L_g + l_t \quad (\text{B.7})$$

Despejando l_t y sustituyendo los valores respectivos de L_g y L_{gt} , dados en (B.4) y (B.6) respectivamente, se tiene:

$$l_t = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{p}{h} \right) \quad (\text{B.8})$$

Se observa que, debido al término p , l_t es compleja y puede expresarse como:

$$Z_t = a + jb \quad (\text{B.9})$$

Al multiplicar (B.9) por s se obtienen L_t y R_t :

$$Z_t = -\omega b + s a \quad (\text{B.10})$$

donde:

$R_t = -\omega b$ Resistencia aparente del suelo.

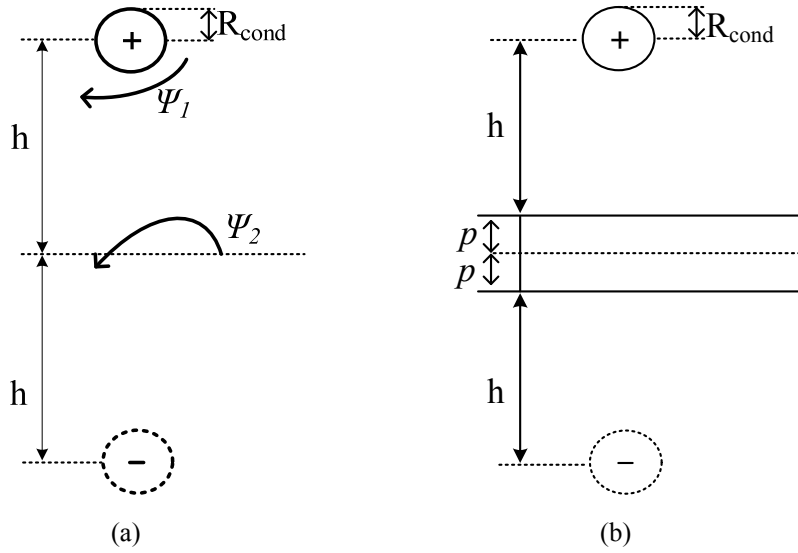


Figura B.1 (a) Método de las imágenes, (b) Método de las imágenes complejas.

$L_t = s a$ Inductancia debida al retorno por tierra.

B.3 Inductancia interna del conductor

El efecto superficial es un fenómeno que ocurre en conductores que transportan corriente alterna. Este fenómeno está en función de la frecuencia debido a que a menores frecuencias la energía eléctrica utiliza mayor área del conductor para transportarse y a mayores frecuencias utiliza menor área produciendo perdidas en el conductor. En la Fig. B.2 se representa el efecto superficial y la profundidad de penetración compleja en el conductor. Dicho concepto puede expresarse mediante una expresión similar a (B.5):

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho_c}{s\mu_c}} \quad (\text{B.11})$$

donde ρ_c es la resistividad del conductor μ_c es la permeabilidad del conductor. La impedancia del conductor está dada por:

$$Z_c = \sqrt{R_{CD}^2 + Z_{hf}^2} = R_c + sL_c \quad (\text{B.12})$$

donde:

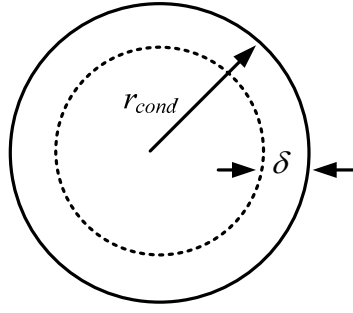


Figura B.2 Representación del efecto superficial y la profundidad de penetración compleja en el conductor.

$$R_{CD} = \frac{\rho_c}{\pi r^2} \quad (\text{B.13})$$

$$Z_{hf} = \frac{\rho_c}{2\pi r \delta} \quad (\text{B.14})$$

R_{CD} es la resistencia de corriente directa, Z_{hf} es la resistencia que se presenta debido a las altas frecuencias, R_c es la resistencia del conductor y L_c es la inductancia del conductor.

B.4 Capacitancia

Para el cálculo de la capacitancia también se hace uso del método de las imágenes. El concepto de capacitancia es representado por la siguiente ecuación:

$$C_c = \frac{q_c}{v_c} \quad (\text{B.15})$$

donde q_c es la carga del conductor y v_c es el voltaje. Del método de las imágenes se obtiene:

$$v_c = \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{2h - r_{cond}}{r_{cond}}\right) \quad (\text{B.16})$$

ϵ_0 es la permitividad en el vacío. Para una línea de transmisión se tiene que $r_{cond} \ll 2h$, por lo que v_c se aproxima a:

$$v_c = \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{2h}{r_{cond}}\right) \quad (B.17)$$

Combinando las ecuaciones (B.15) y (B.17) se tiene finalmente:

$$C_c = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{2h}{r_{cond}}\right)} \quad (B.18)$$

B.5 Impedancia y Capacitancia serie generalizada

La impedancia serie generalizada se obtiene simplemente como la suma de las impedancias debidas a la geometría de la línea, al propio conductor y al retorno por tierra:

$$Z = Z_g + Z_c(s) + Z_t(s) \quad (B.19)$$

Puede observarse que, debido al efecto superficial en el propio conductor y en el retorno por tierra, Z es dependiente de la frecuencia. Por otro lado, la admitancia paralelo generalizada se define de la siguiente forma:

$$Y = G + s C_c \quad (B.20)$$

El valor de G es muy complicado de calcular debido a que depende de factores como son: contaminación del medio, calidad del dieléctrico, humedad en el medio, etc. Además, el aire suele considerarse como un dieléctrico perfecto. Es por ello que dicha conductancia tiende a despreciarse en el análisis de líneas de transmisión aéreas.

Apéndice C

Dimensiones del transformador monofásico

Se considera un transformador monofásico tipo columna de 3000 kVA, 34500/480 V 60 Hz; sus parámetros eléctricos fueron obtenidos a partir de las dimensiones geométricas mostradas en las Figs. C.1 a C.3

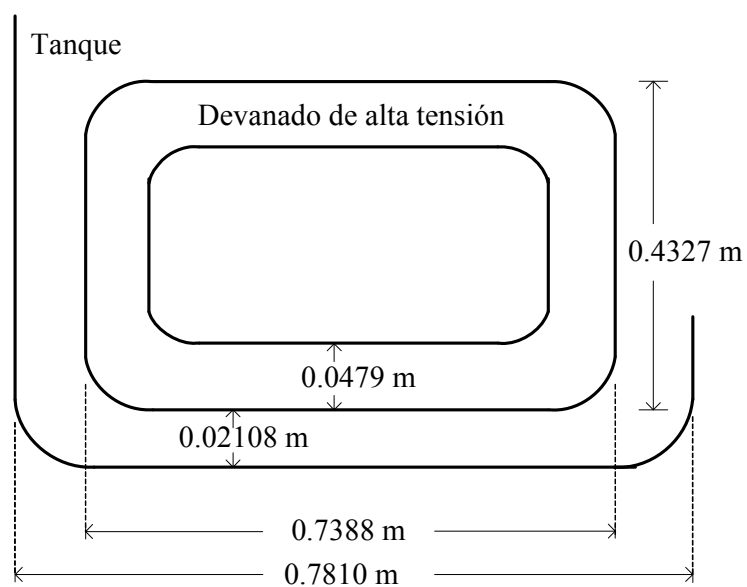


Figura C.1 Dimensiones del devanado de alta tensión con respecto al tanque.

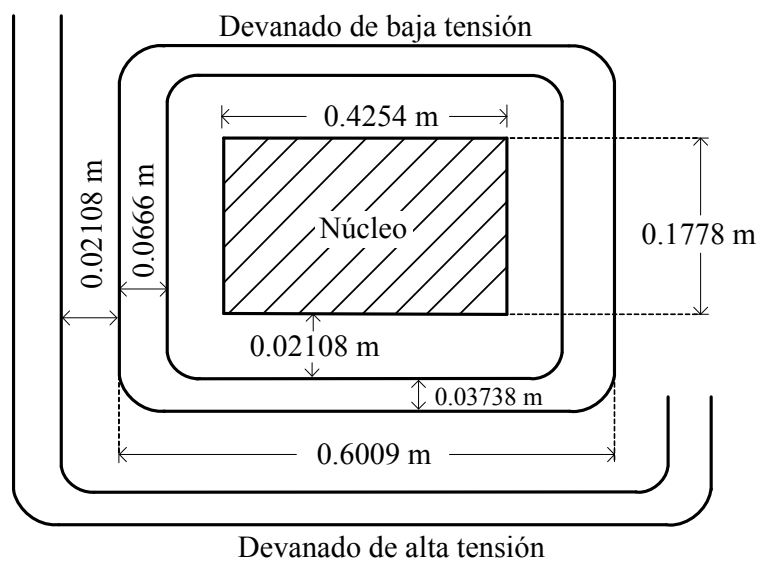


Figura C.2 Dimensiones del devanado de baja tensión con respecto al núcleo.

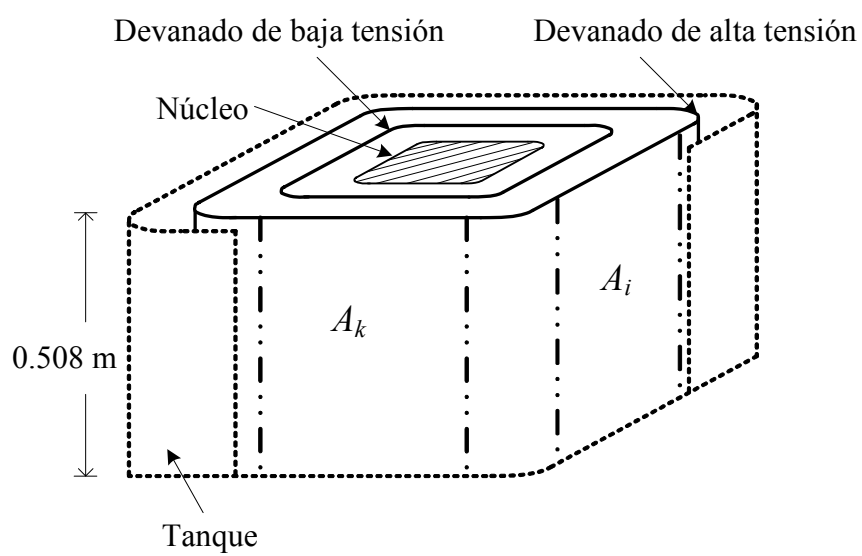


Figura C.3 Representación de la altura del devanado.

Apéndice D

Publicaciones

J. C. Escamilla, P. Gómez, “*Análisis de la Transferencia de Sobrevoltajes Transitorios en un Transformador Monofásico en el Dominio de la Frecuencia*”, IEEE, Reunión de Verano de Potencia y Aplicaciones Industriales RVP-AI/2007, Acapulco, Gro, México, Julio del 2007.

J. C. Escamilla, P. Gómez, C. Tejada Martínez “*Modelado de parámetros distribuidos del transformador monofásico para el análisis de la transferencia de sobrevoltajes transitorios*”, 10º Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, México, D. F. Noviembre del 2007.

J. C. Escamilla, P. Gómez, C. Tejada Martínez “*Modelado del transformador monofásico para el análisis de la distribución y la transferencia de sobretensiones transitorias*”, aceptado para su publicación en IEEE Latin America Transactions, 2008.